



LA MODELACIÓN MATEMÁTICA EN ESCENARIOS EXPLORATORIO-INVESTIGATIVOS PARA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN¹

THE MATHEMATICAL MODELING IN
EXPLORATORY – INVESTIGATIVE SCENARIOS
FOR LEARNING THE CONCEPT OF FUNCTION

Lida Esperanza Riscanevo Espítia²
Yuri Carolina Niño Castillo³

Recepción: 30/08/2018

Aceptación: 15/11/2018

Artículo de investigación

Resumen

Este artículo expone los resultados parciales de una investigación cuyo propósito es analizar la influencia de la modelación matemática en el aprendizaje del concepto de función, implementándola a través de escenarios exploratorio-investigativos como estrategia de enseñanza, la cual se fundamenta en presupuestos metodológicos diferentes de asumir el aprendizaje de las matemáticas desde la memorización y el seguimiento de algoritmos. Se parte de la caracterización del papel de la modelación en

¹ Este artículo de investigación surge en el desarrollo del proyecto de investigación intitolado Modelación Matemática en Escenarios Exploratorio-Investigativos. El proyecto a su vez se presenta como requisito de grado para optar al título de Magíster en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, de la primera autora, dicho proyecto de investigación es dirigido por la segunda autora.

² Doctora en Ciencias de la Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Grupo de Investigación Somos Maestr@s. lida.riscanevo@uptc.edu.co.

³ Especialista en Estadística, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. yuricarolina.niño@uptc.edu.co.



el aprendizaje del concepto de función, lo que de cierto modo justificó la construcción de los escenarios, para presentarlos como situaciones de enseñanza. El enfoque metodológico de la investigación es de tipo cualitativo-interpretativo, y los instrumentos para recolectar la información fueron la observación directa y grabaciones de audio. Se resalta que el desarrollo de las situaciones de enseñanza permitió identificar que a partir de la modelación los estudiantes reconocen relaciones de dependencia entre las cantidades, así como de variación; para luego establecer las expresiones que ponen en evidencia dichas relaciones, lo cual contribuye en el aprendizaje del concepto de función.

Palabras clave: Aprendizaje, modelación matemática, escenarios exploratorio-investigativos

Abstract

This article exposes the partial results of a research which intention is to analyze the influence of the mathematical modeling in the learning of the concept of function, implementing it across exploratory – investigative scenarios as teaching strategy, which is based on methodological assumptions different of assuming learning of mathematics since the memorizing and the pursuit of algorithms. It starts from the characterization of the role of the modeling in learning of the concept of function, which in a certain way justified the construction of the scenarios, to present them as teaching situations. The methodological approach of the research is qualitative - interpretive type, and the instruments to gather the information were the direct observation and audio recordings. It is highlighted that the development of the teaching situations allowed to identify that from the modeling the students recognize dependence relations between the quantities, as well as variation; to then establish the expressions that highlight these relationships, which contributes to the learning of the concept of function.

Keywords: Learning, mathematical modeling, exploratory – investigative scenarios



Introducción

Bajo la aceptación de que la labor docente debe adaptarse a las necesidades y exigencias sociales, se expone en este artículo la importancia de reflexionar sobre este quehacer para tomar conciencia de las problemáticas y de la necesidad de intervenir en ellas. La reflexión sobre la práctica docente surge del hecho de reconocer que bajo la mirada crítica de nuestra labor tenemos acceso a datos que son trascendentales para tratar de entender lo que sucede en las aulas (Latorre, 2003), específicamente en las de matemáticas.

A nivel internacional y nacional se ha venido señalando que la memorización de algoritmos no tiene utilidad si los estudiantes no tienen clara la aplicabilidad que le pueden dar a cada uno de ellos en diferentes contextos, pues “la habilidad en la aplicación mecánica de una regla memorizada no necesariamente manifiesta el desarrollo de procesos de pensamiento vinculados a la matemática” (Salinas, Alanís y Pulido, 2011, p. 2). Una de las formas de vincular esa utilidad se reconoce bajo el proceso de la modelación (MEN, 1998), su implementación en el aula de clase puede contribuir en el aprendizaje de diferentes conceptos matemáticos. En consecuencia, se plantea la necesidad de recurrir a nuevos ambientes de aprendizajes enmarcados en escenarios exploratorio-investigativos como metodología de enseñanza, para el concepto de función y de esta forma señalar las potencialidades para el desarrollo del pensamiento matemático, sin perder de vista el hecho de que en la docencia es muy difícil eliminar los obstáculos que se presentan, por el contrario, lo que se busca es “modificar la estructura y las funciones de los dispositivos didácticos existentes” (Gascón, 1997, p. 21).

Referentes teóricos

Relación entre la modelación matemática y los escenarios exploratorio-investigativos como ambientes de aprendizaje

La modelación matemática ha sido abordada en el campo investigativo de la educación matemática desde diferentes perspectivas bajo el reconocimiento a su potencial formativo en el desarrollo del pensamiento matemático. A nivel internacional Trigueros (2009) y Rosa, Mendible, Rodríguez, Arrieta y Villa (2015), proporcionan argumentos a favor de su implementación en el aula de clase, mostrando respectivamente, los resultados de experimentar la enseñanza de las

matemáticas en el nivel universitario a través de la modelación matemática y de una revisión de la literatura acerca de su influencia en la formación matemática de los estudiantes universitarios.

En Colombia, su incorporación como un proceso matemático se da junto a otros procesos como la resolución y el planteamiento de problemas, el razonamiento, la comunicación, y la comparación y ejercitación de procedimientos, éstos se expresan como política curricular en los Lineamientos curriculares (MEN; 1998). Bajo esta política, la modelación se define “como el proceso completo que conduce desde la situación problemática real original hasta un modelo matemático” (MEN, 1998, p. 77), y se justifica a partir de la necesidad de incorporar en las clases de matemáticas la relación entre estas y el contexto cotidiano del estudiante.

Esta perspectiva a nivel nacional, se reconoce en investigadores como Vasco (2003), Villa (2007) y Barbosa (2009, citado en Villa, Bustamante y Berrío, 2010) para quienes la modelación se basa en producir modelos matemáticos que simulen lo que ocurre en la realidad; es decir, que proporcionan un retrato aproximado de esta, por lo que se podría decir entonces que “no hay una lógica de producir modelos matemáticos, pero sí la hay para ponerlos a prueba, ajustarlos, compararlos y, generalizarlos o descartarlos” (Vasco, 2003, p. 10).

El desarrollo de este proceso matemático le permite al estudiante involucrarse en un aprendizaje significativo, pues este se ve envuelto en un proceso cognitivo que le implica llegar a la construcción de un modelo matemático de un evento u objeto (Camarena, 2012) para ser aplicado en un contexto. Los modelos matemáticos, se reconocen como instrumentos que generan el desarrollo de actividades matemáticas contextualizadas, generadoras de sentido crítico y creativo de los estudiantes para analizar y dar repuestas a problemáticas específicas. La visión de la matemática implícita bajo el desarrollo de estas actividades se aleja de asumirla como una materia formal y abstracta (Villa, Bustamante, Berrío, Osorio y Ocampo, 2008), cerrada, acabada y estática (Gonzalez, 1991) y poco intuitiva (Ruiz, 2003); por el contrario, se acerca a generar actividades para “crear en el estudiante hábitos de pensar, razonar e interpretar, además de hacerlo sentir importante como ente que puede crear, descubrir y transformar” (Cárdenas y Muñoz, 2014, p.17).

Bajo esta perspectiva, la modelación matemática puede asumirse



como una estrategia del docente para ser incorporada en el aula de clase de manera más rigurosa y constante. Según Villa y Ruiz (2009) esta incorporación debe tener en cuenta que “la construcción de un modelo no se da de forma instantánea en el aula” (p.5) este proceso conlleva el paso de dos fases como partes de un ciclo llamado “ciclo de la modelación”. La primera fase se denomina formulación, en esta el estudiante debe establecer las relaciones entre las variables de la situación, lo cual se puede hacer por medio de medidas o conjeturas; para luego hacer una serie de transformaciones matemáticas que permitirán expresar el modelo matemático con simbología algebraica (Janvier, 1996, citado en Posada y Villa, 2006); es decir, se delimita la situación por medio de la simplificación y estructuración, entonces los objetos relevantes, los datos, las relaciones, condiciones e hipótesis, se trasladan hacia las matemáticas (Villa et al., 2010). La segunda fase, es la validación, a través de la cual la validez del modelo se verifica, contrastándolo con la situación que lo originó (Janvier, 1996 citado en Posada y Villa, 2006).

Para trabajar bajo este ciclo de modelación se puede acudir a motivar la exploración e indagación por parte de los estudiantes en situaciones, que relacionando lo planteado por Skovmose (2000) y Ponte (2004), se denominan exploratorio-investigativas. Al introducir un nuevo tema en el aula de clase, el docente se puede valer de diversos tipos de situaciones de enseñanza derivadas de las matemáticas puras, de situaciones artificiales o de situaciones de vida real (Skovmose, 2000), estas últimas implican la necesidad de conocer el ambiente social de los estudiantes, sus intereses y preocupaciones, es decir, entender el contexto (Ponte, 2004) hecho que es relevante para plantear situaciones de modelación significativas. La combinación de los tipos de situaciones de enseñanza mencionados anteriormente, son interpretados bajo la connotación del paradigma del ejercicio y el paradigma de la investigación dando origen a seis ambientes de aprendizaje (Skovmose, 2000). De acuerdo a Skovmose (2000), el denominado escenario de investigación, se refiere a determinadas situaciones que promueven la investigación e indagación, invitan a los estudiantes a formular preguntas y buscar explicaciones, y en éste ya no tiene sentido la idea de que siempre existirá una única respuesta.

Siguiendo estos presupuestos de lo que implica un escenario investigativo, se puede interpretar que los ambientes de aprendizaje generados sugieren tipos de tareas especiales por parte del profesor. Ponte (2004) clasifica las tareas, teniendo en cuenta el grado de dificultad, que

puede ser accesible o difícil; y su estructura, que se refiere a cerrada o abierta, es decir, puede que sea explícita con lo que solicita o por el contrario asigne un grado de incertidumbre al respecto; combinando las dimensiones mencionadas se tienen cuatro cuadrantes (Figura 1).

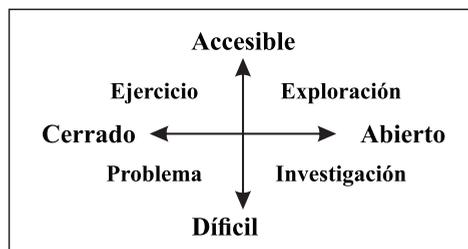


Figura 1: Tipos de tareas. *Fuente:* Ponte (2004)

Bajo esta clasificación, no solo se pueden interpretar nuevas posibilidades para diseñar situaciones de enseñanza sino que a través de ellas se puede propiciar el trabajo en equipo ya que “los procesos relacionados con la educación matemática sobrepasan el ámbito de lo individual” (Valero, 2006, p. 2), y en el marco de actividades exploratorias, abiertas, accesibles y de investigación proponerse la modelación matemática como herramienta para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, ya que contribuye en la identificación de conexiones entre las matemáticas escolares y las de la cotidianidad, promueve la comunicación, disminuye la ansiedad hacia esta materia (Aravena y Caamaño, 2009, citados en Rodríguez, Quiroz, Illanez, 2013) y se considera una herramienta para el aprendizaje de la misma (Villa et al., 2008).

Metodología

Teniendo en cuenta que se pretende determinar la utilidad que tiene la modelación matemática en el aprendizaje del concepto de función a través del desarrollo de actividades exploratorio investigativas, se cataloga la investigación desde un enfoque cualitativo de tipo interpretativo sobre el cual se busca darle sentido a los fenómenos, pero en función de los significados que los participantes les otorgan (Hernández et al., 2014). La investigación se desarrolló en la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Facultad sede seccional Sogamoso, con 27 estudiantes que cursaban la asignatura Cálculo Diferencial del Programa de Ingeniería Industrial. Con el fin de dar cumplimiento al objetivo general de la investigación el cual se planteó caracterizar el aprendizaje de



los estudiantes a través del modelado matemático en escenarios exploratorio-investigativos del concepto de función, se consideraron tres etapas. En la primera, se caracterizaron las actividades como situaciones de enseñanza, de acuerdo a los planteamientos de Skovmose (2000) y Ponte (2004), y así en la segunda etapa se procedió a implementarlas en el aula de clase, para recolectar la información necesaria se utilizaron como técnicas las observaciones de clase y las grabaciones de los diálogos al interior de cada grupo de estudiantes. Finalmente, en la tercera etapa se analizó la información con base en los elementos teóricos correspondientes.

A partir del análisis interpretativo de los referentes conceptuales aquí señalados y de los resultados obtenidos en cada fase se señala a continuación el desarrollo del proceso de modelación matemática en el aprendizaje del concepto de función involucrándose en actividades o escenarios de investigación.

Diseño de actividades exploratorio-investigativas

Para el planteamiento de las actividades se parte de asumir que la noción de función surgió desde épocas muy antiguas, aunque su formalización en el campo de la matemática es algo muy reciente (Mesa, 2008). Los griegos, por ejemplo, en la edad antigua, calcularon áreas y volúmenes relacionando magnitudes, y en la edad media se estudiaron distintos fenómenos como el movimiento uniformemente acelerado, generando algunas ideas, las cuales se basaban en cantidades dependientes e independientes, pero sin definir las específicamente (Sastre, Rey y Boubée, 2008). Por otra parte, “las funciones surgen siempre que una cantidad depende de otra” (Stewart, 2012), así que, tomando las funciones como una relación de dependencia entre cantidades, en la primera parte de la situación didáctica se vincularon estas nociones de manera implícita.

En consecuencia, se planteó una situación de enseñanza que constaba de dos tareas, de acuerdo a la clasificación hecha por Ponte (2004), se catalogan como exploratorias, con un grado de dificultad accesible y con una dimensión abierta; además, teniendo en cuenta los tipos de ambientes de aprendizaje de Skovmose (2000), se identificaron las tareas como ambientes de aprendizaje desde el paradigma investigativo, la primera contextualizada en la matemática y la segunda, en un contexto semi-real.

Primera tarea

Organizarse en grupos de 4 a 5 personas. Cada integrante del grupo deberá realizar un rectángulo de las medidas que desee, con un perímetro de 24 centímetros, y debe calcular su área. Deberán responder las siguientes preguntas:

- ¿Existe relación entre las dimensiones de cada rectángulo y su respectiva área? ¿De qué manera(s) se podría representar dicha relación?
- ¿Cuál es el rectángulo de mayor área que se puede construir?
- ¿Será posible determinar una manera que permita hallar el área de cualquiera de los rectángulos conociendo la medida de uno de sus lados? Justifique su respuesta.

Segunda tarea

Paso seguido se seleccionará un rectángulo al interior de cada grupo, y a partir de este cada integrante construirá una caja sin tapa cortando cuadrados iguales en las esquinas, cada uno elegirá las dimensiones que desee para dichos cuadrados, y le calculará el volumen a la caja. Deberán responder las siguientes preguntas:

- ¿De qué depende que el volumen de las cajas varíe?
- ¿Hay manera de hallar el volumen de cualquier caja? Justifique su respuesta.

Resultados

En el desarrollo de la primera tarea, se construyeron las representaciones de los rectángulos y se calcularon las áreas respectivas; entonces los estudiantes procedieron a determinar la relación que podía existir entre las dimensiones de cada rectángulo y el valor del área, así como la(s) manera(s) en que se podía(n) representar. Establecer relaciones entre las cantidades es un componente de la primera etapa del ciclo de modelación (Villa y Ruiz, 2009).

Hubo diferentes relaciones establecidas por los estudiantes, por ejemplo, a través del concepto de la multiplicación, en este caso se tomaron las dimensiones de los rectángulos generando una relación de proporcionalidad, la cual trasladaron al plano cartesiano obteniendo en



efecto una línea recta. Al determinar el área por sumas repetidas, en el grupo, un estudiante planteó la relación de la siguiente manera:

E1: podría ser 27 dividido en cualquiera de los dos lados...mmm...no, ¿pero es para hallar el área no?... podríamos decir que la x (el área) la vamos a dividir por... por cualquiera de sus lados?, digamos por 9 y nos da 3, ¿eso podría servir como una relación? ¿Si?

E2: ¿qué?

E1: o sea, digamos el área...el área es 27, y lo dividimos por cualquiera de los lados y nos da 3, ¿eso podría funcionar como una relación?... ¿será que sí?, o sea dividir el área por cualquiera de sus lados y nos da el otro lado, y la multiplicación de esos dos lados pues da el área (risas), no sé...

Grabación en audio, 2 de mayo

Luego de un momento de silencio, el estudiante nuevamente interviene

E1: pero... digamos, se podría colocar digamos como, como x , la sumatoria de su... sumar (risas) tantas veces, digamos 9 veces el 3

E3: pero no se aplica en el de 6

E1: si porque digamos, digamos, yo lo llamo aquí x , entonces digamos sumar y veces la x , nos daría a , ¿no?

E2: no

E1: ¿no? ¡si!

Grabación en audio, 2 de mayo

El grupo hace la verificación de su hipótesis tomando los datos de los rectángulos que construyeron (Figura 2), estableciendo así que su relación es válida, por lo que deciden representarla en el plano cartesiano, allí se evidencia la relación de proporcionalidad entre las dimensiones de cada rectángulo (Figura 3). Esta representación gráfico-geométrica tuvo sus inicios con Nicolás Oresme, y se estableció como una manera de

representar precisamente las propiedades cambiantes de los objetos o cantidades (Sastre et al, 2008).

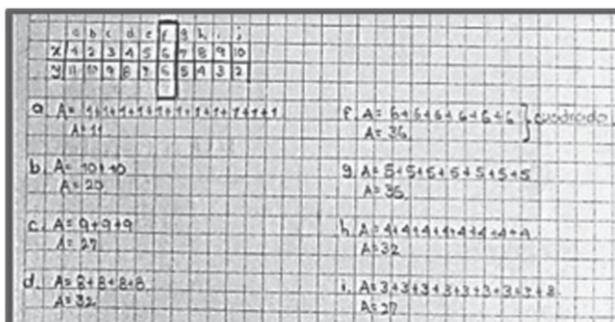


Figura 2: Verificación de que el área se puede ver como sumas repetidas.

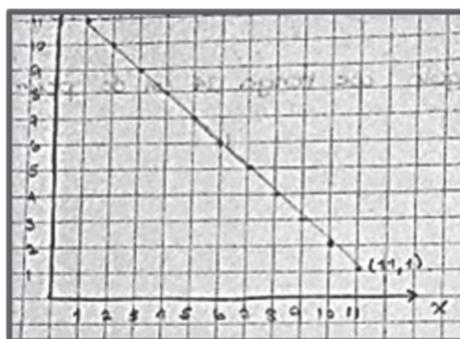


Figura 3: representación de la relación de proporcionalidad entre las dimensiones de cada rectángulo.

La representación tabular se dio en la mayoría de los grupos, partiendo del hecho de que, si se conocía un lado y el perímetro, fácilmente se podría determinar la medida del otro lado, y en consecuencia el área (Figura 4), de este modo se obtendría la tabla con sus respectivos valores, lo cual fue de utilidad para identificar las relaciones existentes entre las medidas de los lados de los rectángulos y sus respectivas áreas.

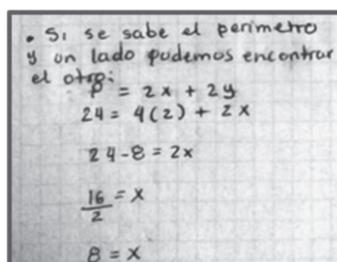


Figura 4: Perímetro del rectángulo para hallar las dimensiones.



De esta manera se encontró un patrón entre los valores del área, además de una relación implícita de dependencia entre el área y las dimensiones de cada rectángulo (Figura 5), lo cual favoreció la representación en el plano cartesiano, relacionando el ancho con el área de cada rectángulo (Figura 6); por lo que respecto a las dimensiones del rectángulo con mayor área que se podía construir, como se evidencia, tanto las tablas de valores, como la representación gráfica ayudaron a dar respuesta a esta pregunta (Figuras 5 y 6).

En cuanto a la manera de hallar el área de cualquiera de los rectángulos, es decir, establecer el modelo como parte de la primera etapa del ciclo de modelación (Villa y Ruiz 2009), la mayoría de los grupos llegó a la misma expresión, usando diferentes letras para designar cada dimensión. Un grupo la expuso en el tablero para todos los demás, la cual se enunció inicialmente de manera muy general y luego se asignó el valor del perímetro que se había trabajado, sin embargo, al establecer el modelo no se especifica a qué valor correspondería el de la variable “x”, si al largo o ancho. Al respecto, sólo un grupo cuando obtuvo el modelo, realizó algunas pruebas y concluyó que la fórmula obtenida aplicaba tanto para el largo como para el ancho del rectángulo (Figura 7), es decir, realizó la respectiva validación del modelo, lo cual constituye la segunda etapa del ciclo de modelación (Villa y Ruiz, 2009).

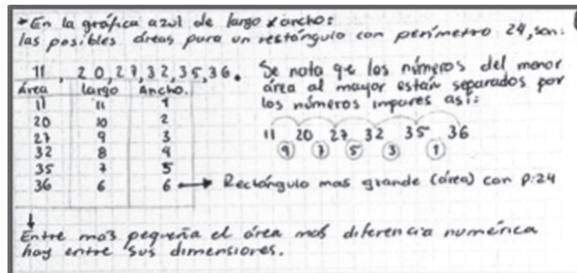


Figura 5: relación entre las dimensiones de los rectángulos y sus respectivas áreas.

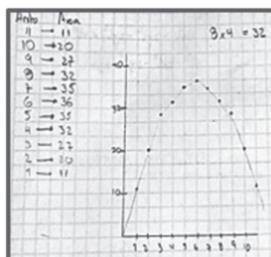


Figura 6: representación de la relación entre una dimensión de los rectángulos y sus respectivas áreas.

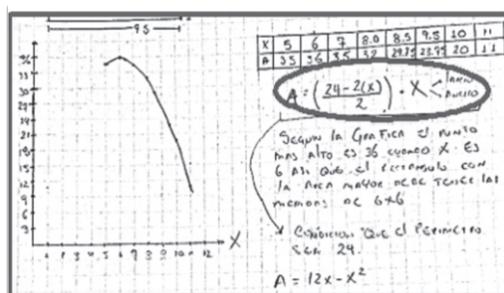


Figura 7: área de cualquier rectángulo con 24 cm de perímetro.

En el desarrollo de la segunda tarea, en consenso se determinó que el volumen de las cajas varía porque la medida de los cuadrados que se recortan no es la misma en todos los casos, es decir, que el volumen depende del tamaño de los cuadrados que se recortan, vinculando de manera más explícita lo relacionado con cantidades dependientes e independientes.

Los estudiantes establecieron un modelo general, teniendo en cuenta que la pieza a partir de la cual se construyeron las cajas, no era la misma en todos los grupos, así que generalizaron la asignación de los valores para las dimensiones de ésta (Figura 8). En este caso la construcción del modelo fue un poco más ágil teniendo en cuenta el procedimiento usado en la primera parte de la situación de enseñanza, por lo que se identificaron las variables y su relación, rápidamente. Del mismo modo, la validación del modelo fue precisamente la que permitió generalizarlo.

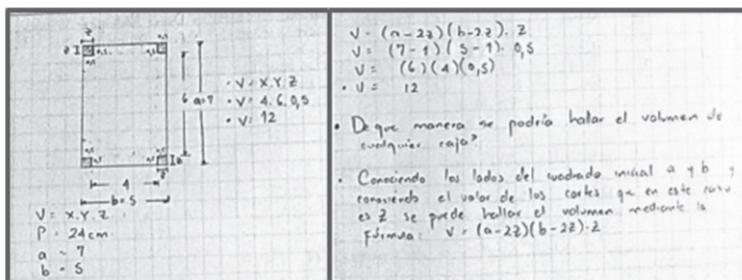


Figura 8: volumen de cualquier caja.

Conclusiones

Es de resaltar que no todos los estudiantes contemplan la posibilidad de que un cuadrado sea un rectángulo, por lo que inicialmente



mencionó que el rectángulo con mayor área que se podía construir tenía medidas muy cercanas a 6cm, descartando el caso en el que sus dimensiones pudieran ser de 6cm por 6cm; pero no se puede hablar de definiciones correctas o no, solo se les debe dar la oportunidad de que ellos mismos decidan si conciben el cuadrado como un rectángulo (Corredor, Gaitán y Samper, 2015), pero en ocasiones el docente no brinda estas oportunidades a los estudiantes.

Finalmente, se evidencia como la modelación contribuye en la identificación y comprensión de cantidades dependientes e independientes, las cuales intervienen en el concepto de función. Así mismo, cuando los estudiantes tienen los diferentes datos que pueden surgir de la situación y, además, es claro de dónde surge cada uno de ellos, se les facilita establecer relaciones de variación entre las cantidades. Por otro lado, inicialmente a los estudiantes se les dificultó establecer relaciones entre los datos, lo que se debió a que la pregunta no se planteó de manera muy clara para ellos, lo cual ratifica la importancia de elegir adecuadamente las actividades que se supone podrán facilitar su aprendizaje, sin embargo, al implementar las actividades que ponen en juego la indagación y exploración, se muestran más motivados al sentir que avanzan hacia la solución de las cuestiones planteadas.

Referencias bibliográficas

- Camarena, P. (2012). La matemática en el contexto de las ciencias y la modelación. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 7(10), 183-193.
- Cárdenas, Y., & Muñoz, D. (2014). *Educación Matemática Crítica y Análisis Didáctico: una propuesta de construcción de saberes matemáticos en contextos de conflicto social*. Trabajo de grado, Maestría en Educación Matemática, Universidad de Medellín, Colombia.
- Corredor, O., Gaitán, A., & Samper, C. (2015). ¿Es el cuadrado un rectángulo? *Sophia*, 12(1), 139-158.
- Gascón, J. (1997). Cambios en el contrato didáctico: el paso de estudiar matemáticas en secundaria a estudiar matemáticas en la universidad. *Suma*, 26, 11-21.
- Gonzalez, P. (1991). Historia de la Matemática: integración cultural de las Matemáticas, génesis de los conceptos y orientación de su enseñanza. *Enseñanza de las ciencias*, 9(3), 281-289.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la*

- investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Latorre, A. (2003). El profesorado como investigador. En A. Latorre, *La investigación-acción conocer y cambiar la práctica educativa* (págs. 7-21). Graó.
- Mesa, Y. (2008). *El concepto de función cuadrática: un análisis de sus desarrollo histórico*. Trabajo de grado, Licenciatura en Básica con énfasis en Matemáticas, Universidad de Antioquia, Medellín Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia- MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares*. Bogotá, Colombia.
- Ponte, J. (2004). Problemas e investigaciones en la actividad matemática de los alumnos. En J. Giménez, L. Santos, & J. Ponte, *La actividad matemática en el aula* (págs. 25-34). Barcelona: Graó.
- Posada, F., & Villa, J. (2006). El razonamiento algebraico y la modelación matemática. En F. Posada, & G. Obando, *Pensamiento variacional y razonamiento algebraico* (Vol. 2, págs. 127-163). Medellín: Gobernación de Antioquia.
- Rodríguez, R., Quiroz, S., & Illanez, L. (2013). Competencias de modelación y uso de tecnología en ecuaciones diferenciales. En R. Florez (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 2121-2128). México : Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Rosa, M., Mendible, A., Rodríguez, R., Arrieta, J., & Villa, J. (2015). Algunas reflexiones acerca de la modelación y la formación matemática en el nivel superior. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (págs. 1133-1141). Mexico: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- Ruiz, A. (2003). Uso de la historia en la Educación Matemática. En A. Ruiz, *Historia y Filosofía de las matemáticas* (págs. 537-556). San José: Editorial Universidad Estatal a Distancia-EUNED.
- Salinas, P., Alanís, J., & Pulido, R. (2011). Cálculo de una variable. Reconstrucción para el aprendizaje y la enseñanza. *Didac*, 56(57), 62-69.
- Satre, P., Rey, G., & Boubée, C. (2008). El concepto de función a través de la historia. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*(16), 141-155.
- Skovmose, O. (2000). Escenarios de Investigación. *EMA*, 6(1), 3-26.
- Stewart, J. (2012). Funciones y Modelos. En J. Stewart, *Cálculo de una variable. Trascendentes tempranas* (M. Rodríguez, Trad., séptima, Original en Inglés, 2012 ed., págs. 9-80). México D.F.: Cengage Learning.



- Trigueros, M. (2009). El uso de la modelación en la enseñanza de las matemática. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- Valero, P. (2006). ¿De carne y hueso? La vida social y política de la competencia matemática. *Memorias del Foro Educativo Nacional de Colombia- Competencias Matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia - MEN.
- Vasco, C. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. *Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática*, 9. Blumeau.
- Villa, J. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas: un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*(19), 63-85.
- Villa, J., & Ruiz, H. (2009). Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos curriculares colombianos. *Revista virtual Universidad Católica del Norte*(27), 1-21.
- Villa, J., Bustamante, C., & Berrío, M. (2010). Sentido de realidad en la modelación matemática. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa ALME* (págs. 1087-1096). México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa CLAME.
- Villa, J., Bustamante, C., Berrío, M., Osorio, A., & Ocampo, D. (2008). El proceso de modelación matemática en las aulas escolares. A propósito de los 10 años de su inclusión en los lineamientos curriculares colombianos. *9o Encuentro colombiano de matemática educativa*. Valledupar, Colombia.

Forma de citar este artículo: Riscanevo, L. D., & Niño, Y. C. (2018). La modelación matemática en escenarios exploratorio-investigativos para el aprendizaje del concepto de función. *Voces y Realidades Educativas*, (2), 65-80.
