

APRENDIZAJE DEL OBJETO FRACCIÓN EN DIFERENTES REGISTROS SEMIÓTICOS A PARTIR DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

LEARNING OF THE OBJECT FRACTION IN THE DIFFERENT
SEMIOTIC RECORDS FROM A DIDACTIC SEQUENCE

Publio Suárez Sotomonte¹
Aura Milena Reyes Quemba²

Recepción: 04/07/2018

Aceptación: 15/11/2018

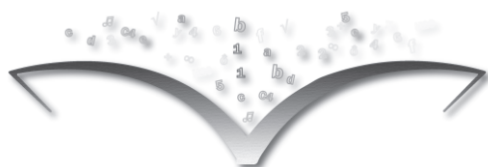
Artículo de investigación

Resumen

La investigación analiza el aprendizaje del objeto fracción a partir de la exploración de sistemas semióticos de representación y sus diversos registros, como parte todo, porcentaje, decimal y razón. Se implementó una secuencia didáctica para mejorar el aprendizaje de fracción en grado sexto del Colegio Gimnasio Campestre del Norte de Tunja, en donde se analizaron e interpretaron las prácticas de estudiantes al trabajar en el aula con juegos estructurados; se adoptan como categoría de análisis los procesos de tratamiento y conversión de representaciones del enfoque cognitivo de Duval. La metodología de investigación incorpora el enfoque cualitativo, con tipo de investigación acción educativa que permitió evaluar la evolución en el proceso de aprendizaje significativo en los alumnos. Se concluye que la conceptualización del objeto fracción se

¹ Candidato a Doctor en Educación, UPTC-RUDECOLOMBIA, CADE TUNJA y Magister en Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Grupo de investigación Pirámide. Licenciado en Matemáticas y Física. publio.suarez@uptc.edu.co

² Estudiante Maestría en Educación Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Docente Colegio Gimnasio Campestre del Norte de Tunja. Licenciada en Matemáticas. aumireyque@hotmail.com



logró reconociendo la relación de los registros semióticos de una representación a otra; también se describen y analizan los aspectos relevantes de los juegos que influyeron en mejorar el aprendizaje de las fracciones.

Palabras claves: Fracción, objeto matemático, didáctica, aprendizaje, juegos, representaciones semióticas.

Abstract

The investigation analyzes the learning of the object fraction from the exploration of semiotic systems of representation and their various records, like part of a whole, percentage, decimal and ratio. A didactic sequence was implemented to improve the fraction learning in sixth grade of the Campestre del Norte Gymnasium of Tunja, where students' practices were analyzed and interpreted when working in the classroom with structured games; the processes of treatment and conversion of representations of the cognitive approach of Duval are adopted as a category of analysis. The research methodology incorporates the qualitative approach, with type of educational action research that allowed to evaluate the evolution in the process of significant learning in the students. It is concluded that the conceptualization of the fraction object was achieved by recognizing the relationship of the semiotic records from one representation to another; the relevant aspects of the games that influenced to improve the learning of the fractions are also described and analyzed.

Key words: fraction, mathematical object, didactic, learning, games, semiotic representations.



Introducción

El aprendizaje de las matemáticas se formaliza al abstraer las regularidades de los objetos matemáticos a partir del trabajo con sus sistemas de representación para lograr a la noesis, base de la formalización conceptual; para el caso de la fracción, esto se logra cuando se reconoce dicha noción en los diferentes registros semióticos; la investigación tuvo como eje central el análisis de las prácticas de aprendizaje del objeto fracción en estudiantes de grado sexto, trabajando en los registros semióticos de lenguaje natural, simbólico y gráfico; la importancia de trabajar ampliamente la fracción en los primeros años de escolaridad está estrechamente relacionada con el éxito posterior en las matemáticas, (DeWolf, Bassok, & Holyoak, 2015), y a medida que se identifican y apropian de los sistemas y estructuras numéricas determinarán el éxito o el fracaso en temas avanzados. (Damore, 2013).

Uno de los medios para que se produzca el aprendizaje es comprender y encontrar el significado en las representaciones del objeto que es abstracto, y esto resulta complejo para los estudiantes que tienen todavía un pensamiento concreto; es por esta razón, que surgió la necesidad de diseñar, implementar y analizar las prácticas de alumnos al desarrollar una secuencia didáctica con mediación de material real para facilitar el conocimiento, que requiere una coordinación entre sus registros semióticos.

Para abordar el aprendizaje del objeto fracción se consideraron y aplicaron seis (6) juegos estructurados; cada juego fue concebido para la construcción de la noción de fracción teniendo como referente el enfoque noético cognitivo (Duval, 1996), que se da a partir de las transformaciones de tratamiento y conversión en sistemas semióticos, en búsqueda de la formalización de las nociones.

En el desarrollo de la secuencia, los juegos fueron trabajados en primera instancia a partir de la fracción como parte todo y con base en la conceptualización alcanzada, se pasó a trabajar en otro registro semiótico, fracción como porcentaje; de igual manera se continuó con la construcción de registros de fracción como razón y decimal, trabajados como un único registro semiótico; adicionalmente se unificó en la aplicación de juegos que tenían una estructura con más de tres registros, precisando para este caso el tratamiento y conversión del objeto matemático en cuestión.

Los resultados más importantes se describen a partir de los datos tomados de los apuntes recogidos en diarios de campo en el transcurso de la aplicación de los juegos y sus guías anexas; también fueron analizados los argumentos y conjeturas formulados por los estudiantes de manera individual y grupal, a medida que formalizaban e institucionalizaban el aprendizaje del objeto fracción.

Consideraciones teóricas

A través de la enseñanza y el aprendizaje de nociones claves en matemáticas se ha indagado ampliamente sobre el concepto de los números racionales (es decir, fracciones, decimales y porcentajes, entre otros) y la dificultad que presentan los estudiantes a la hora de enfrentarse a estos temas ya que en la práctica cotidiana, las fracciones son consideradas un tema difícil tanto para niños, como adultos (Van Dooren, Lehtinen, & Verschaffel, 2015); esto se debe principalmente a la dificultad de comprensión y búsqueda de significado conceptual, ya que los estudiantes, a menudo ven a las fracciones como símbolos sin sentido o identifican el numerador y denominador como números separados y no como una relación entre los dos magnitudes; por consiguiente, éstos pueden llevar a una interpretación incorrecta del valor numérico (Fandiño Pinilla, 2009) (Vasco, 1994) (Fazio & Siegler, 2011) (Zarzar, 2013) (Van Hoof, Degrande, Ceulemans, Verschaffel, & Van Dooren, 2018).

Los aportes teóricos en educación matemática de Fandiño (2006), Vasco (1994) y Llinares & Sánchez (1988) se han dedicado a estudiar las representaciones semióticas para el objeto fracción, según su estructura, concepto y aplicación. Los autores han investigado las dificultades y errores frecuentes que son trabajados en clases y cómo generan obstáculos en el aprendizaje e impedimento para reconocer el objeto matemático en los registros semióticos.

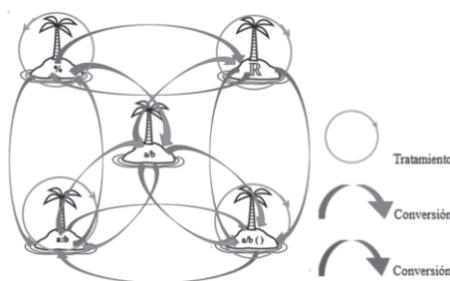


Figura 1. Esquema adaptación Archipiélago fraccionario según Vasco (1994) y Duval (2006)

En la propuesta del archipiélago fraccionario se presenta de manera precisa como se podría abordar el aprendizaje de la fracción a partir de islas y puentes (véase figura 1); la relación del objeto fracción que está fuertemente ligada con las actividades cognitivas según Duval, persigue el aprendizaje del objeto, reconociendo las representaciones y relacionándolas entre sí; distinguir dos representaciones que parecen semejantes, genera los nexos que relacionan cada una de las islas consideradas. (Vasco, 2006; p. 38)

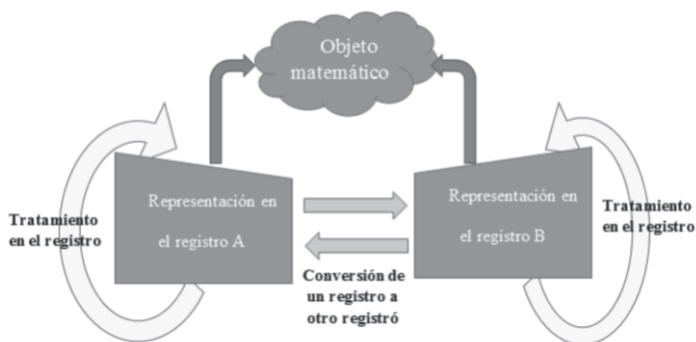


Figura 2. Adaptación Duval (2006)- Actividad cognitiva

La primera conceptualización de los números racionales se contextualizan usualmente en diferentes situaciones problemáticas de campos de la vida diaria, desde la cocina, la interpretación de ofertas de compras y cálculos de tasas de préstamos, etc (Kiili, Moeller, & Ninaus, 2018); por tal motivo es importante considerar la concepción interactiva y didáctica del aprendizaje de la matemática, para desarrollar hábitos, actitudes, habilidades y competencias que permitan a los estudiantes integrarse a la vida social; esto implica una actitud positiva hacia las matemáticas, las formas de razonar, resolver problemas diversos y toma de conciencia de sus propias capacidades (DAmore, 2006) (Miguel Friz Carrillo, 2008) (Perera & Valdemoros, 2007) (Meza & Barrios, 2010).

El juego es considerado tradicionalmente por psicólogos y educadores como la forma natural de aprendizaje del niño, el juego es su trabajo y la forma de conocer el mundo que le rodea. En concepciones tradicionales en didáctica de las matemáticas el juego es una de las fases iniciales para aprender matemáticas; para Dienes, el juego libre y luego el juego estructurado son el inicio de las seis etapas del aprendizaje en matemáticas. Desde el constructivismo radical, para Piaget, los juegos son medios que contribuyen a enriquecer el desarrollo intelectual del niño. En

el enfoque constructivista social, Vygotski considera el juego como una forma especial de interrelación y desarrollo de procesos comunicativos, además que es considerado como instrumento generador de asimilación del mundo adulto y de integración a su entorno (Velásquez, 2006). Desde la perspectiva antropológica Johan Huizinga conceptúa en su libro *Homo Ludens*, que la cultura se ofrece al niño como carácter de juego, considerando las actividades lúdicas como un conjunto de manifestaciones humanas que comprenden ritos, intercambios competencias y entrenamientos, para cuestiones más formales y trascendentes en la vida de las civilizaciones (Velásquez, 2006). Contextualizados en el cognitivismo el juego se considera factor determinante en el desarrollo de las capacidades humanas y los procesos de pensamiento metacognitivos, lógico-formales, espaciales y de resolución de problemas. Se aprenden a resolver una diversidad de juegos en una atmósfera cómoda y relajada que posteriormente les ayudaría a enfrentar problemas complejos de la realidad, en donde la experiencia lúdica determina el éxito de las soluciones (Jughes, 2006).

Actualmente los juegos didácticos y estructurados son una herramienta metodológica importante que se puede utilizar en cualquier nivel o modalidad educativa, pero los docentes lo utilizan muy poco, porque desconocen sus múltiples ventajas; adicionalmente con el uso de estas metodologías se considera al juego como una actividad poco seria; sin embargo, existen juegos en la vida diaria susceptibles de adaptarse a la enseñanza de la matemática, vistos como un elemento motivador, que favorece el aprendizaje; uno de los papeles del docente como estratega se basa en explorar alternativas innovadoras, con mediación de material real para considerar el juego como una herramienta metodológica relevante en las clases. (Chacón, 2008)(Torres, 2001)(Maria, Sallan, De, & Zaragoza, 1990)

Metodología

La investigación analizó e interpretó el aprendizaje que tienen los estudiantes de sexto para reconocer la fracción en algunos registros semióticos, lo cual se logró con el diseño de una secuencia didáctica en el aula de clase, involucrando juegos didácticos; se buscó adicionalmente valorar el grado de aceptación por parte de los docentes.

El enfoque de investigación que se adopta es de carácter cualitativo pues permite la interacción con el grupo de estudio para

aprendizaje del objeto fracción y proponer actividades propicias para su mejoramiento; una de las características según Sampieri, Collado, & Lucio, (1996) es la interacción entre el investigador con los sujetos estudiados, que permite describir cada uno de los estudiados, es decir, que el papel del objeto estudiado es activo.

La unidad de análisis fue un grado sexto de la Institución Privada Gimnasio Campestre del Norte de Tunja- Boyacá; este grado fue escogido por el nivel educativo contextualizando la temática en los derechos básicos de aprendizaje (Colombia Aprende), los estándares de matemáticas (Ministerio de Educación Nacional, 2006) y el tema que corresponde a los Planes Institucionales de Estudio relacionados con los números racionales; el trabajo fue abordado con el diseño, adaptación y aplicación de seis (6) juegos didácticos, con su respectiva guía de trabajo; los juegos fueron aplicados en tres (3) sesiones de clase, cada una de dos (2) horas.



Figura 3. Esquema metodológico de la investigación.

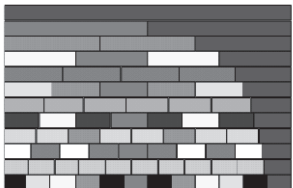
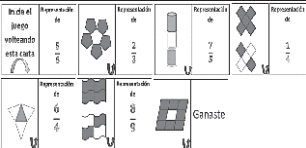
El diseño metodológico se fundamentó en las cinco (5) fases que se describen a continuación (véase Figura 3)

Contextualización. La investigación partió de un diagnóstico para determinar la problemática local e institucional; se aplicó una prueba escrita acerca del conocimiento que tienen sobre la fracción en los registros semióticos, como *parte todo*, *operador*, *equivalencia*, *decimal*, *cociente*, *razón y porcentaje*. El tiempo que se dio para la prueba fue de una sesión de dos (2) horas.

Planificación y diseño. El punto de partida para el diseño y elaboración de las actividades lúdicas direccionadas al objeto fracción en todos los registros semióticos fue el análisis diagnóstico determinando y modificando las actividades; la no linealidad de las etapas para el diseño de las actividades didácticas tuvieron como objetivo el aprendizaje del objeto fracción.

Experiencia de Aula. En la fase de implementación, se aplicaron actividades lúdicas pensadas para cada registro semiótico del objeto fracción y se pretendió que los estudiantes comprendieran la transformación y conversión que tiene las representaciones acerca del objeto de estudio; además se tuvo especial cuidado que en la clase se desarrollara una dinámica nueva ampliando el panorama en lo relativo al manejo de material didáctico. Se aplicaron seis (6) juegos didácticos *Fracciones de colores, Cartas, Tangram, Rompecabezas, Uno fracciones y Agilfracción*. Se adoptaron para los análisis algunos de sus registros como, *lenguaje común, aritmético, figural y esquemas pictográficos*. En sesiones de dos (2) horas para cada juego, se desarrolló inicialmente el juego libre y luego el juego estructurado; se dieron las instrucciones de cada juego a los estudiantes; además se proporcionó una guía de trabajo con preguntas correspondientes a las jugadas, a la vez relacionadas con los registros semióticos implicados, con el objetivo de formalizar una conceptualización del objeto fracción con propósito de identificar los registros semióticos involucrados.

Secuencia didáctica

NOMBRE/REGISTRO SEMIÓTICO	OBJETIVO	IMAGEN
Fracciones de colores / parte todo, porcentaje	El propósito del juego es recorrer todo el tablero con una ficha de parqués por cada carril, lanzando dos dados de seis caras. Los competidores tendrán una ficha por cada carril que irán corriendo de lugar, a su turno, según la fracción que se forma con los dos dados; uno de los resultados de los dados corresponde al numerador y el otro corresponde al denominador; para esto tendrán que ser estratégicos, de tal manera que reconozcan la equivalencia entre fracciones (orientados por los colores), y que puedan cruzar el tablero en el menor número de lanzamientos para llegar a la meta. (Vasco, 2006)	
Rompecabezas/ parte todo, porcentaje	El juego tiene como objetivo que el jugador debe voltear las cartas relacionando la imagen con la fracción en el menor tiempo posible, reconociendo la fracción con su respectiva representación; cada jugador se pone a prueba individualmente.	

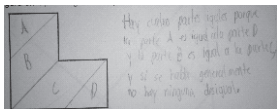
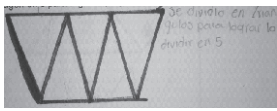
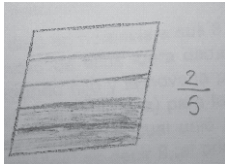
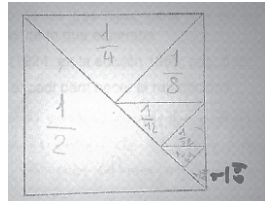
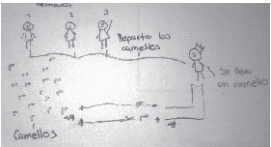


Fractirompecabezas/ parte todo, porcentaje, decimal.	El juego consiste en armar rompecabezas de cuatro (4) piezas; el objetivo es encontrar la relación entre las piezas que son las diferentes representaciones semióticas de una fracción ; los jugadores deben reconocer la fracción en las diferentes representaciones semióticas y unir las cuatro (4) piezas.	
Uno fracciones/ parte todo, porcentaje, decimal, razón, lenguaje natural, punto en la recta.	El juego como tal aplicó las reglas establecidas para el juego <i>Uno</i> tradicional; en este caso los jugadores tenían que poner carta según el registro semiótico relacionado con diferentes representaciones de la fracción; para este caso, el propósito es reconocer el objeto fracción en los diferentes registros como <i>parte todo</i> , <i>decimal</i> , <i>grafico</i> , <i>recta</i> , <i>porcentaje</i> y <i>equivalencia</i> .	
Agilfracción	El objetivo del juego es reconocer la fracción en diferentes registros semióticos; para esto, el estudiante debe tener un dominio en las formas de ver una fracción como <i>porcentaje</i> , <i>equivalencia</i> , <i>número decimal</i> y <i>gráfica</i> .	

Construcción del sentido de la experiencia. La recolección de la información, se dio a través de guías de trabajo, observación directa y exposición colectiva de argumentos; las etapas de diseño, elaboración y aplicación de actividades se desarrollaron en paralelo; las actividades fueron evaluadas por juicio de expertos y probadas en una prueba piloto; sobre el análisis a la aplicación de las mismas se hicieron la reestructuración, modificación y mejoramiento para continuar con la investigación.

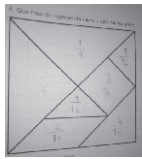
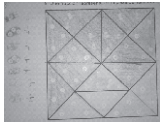
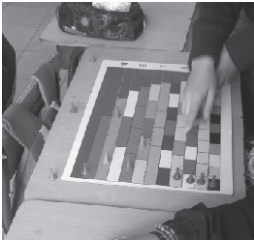
Resignificación. Consistió en hacer un análisis detallado de los resultados obtenidos en la práctica de los estudiantes en aplicación de cada juego y la connotación que se generó en la dinámica de aula; se hizo clasificando los juegos por el tipo representación semiótica y las formas involucradas; esto permitió valorar la pertinencia de las decisiones tomadas en el análisis inicial y evaluar el proceso de aprendizaje alcanzado por los estudiantes. En esta etapa el análisis se hizo describiendo los resultados obtenidos en la etapa de experimentación.

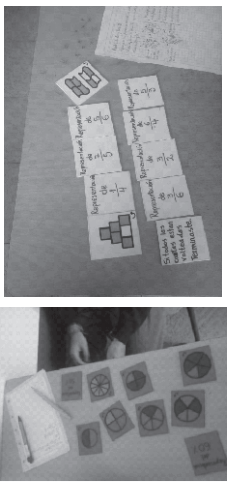
Resultados

Objetivo	Resultados	Gráfico
Repartir la unidad en forma de figura irregular en partes de igual superficie	Cuando los estudiantes deben dividir una figura irregular en cuatro (4) partes de igual área; ellos hacen la repartición de cuatro (4) partes sin cumplir con la condición que tengan igual área. Otra postura es hacer la repartición de la figura en tres (3) partes de igual área y completar la unidad con una parte de igual forma y tamaño, para un total de cuatro (4) partes; sin embargo no se limitaron a la figura dada como la unidad y se hizo normal cambiar la unidad.	
Repartir una unidad en forma de figura regular en partes de igual superficie	Ahora se presenta una figura en forma de trapecio, cuando la deben dividir en cinco (5) partes de igual área los estudiantes, buscan una figura patrón que estuviera cinco (5) veces en el trapecio, reconociendo que el triángulo isósceles representaba la repartición de una parte con respecto a las cinco (5) partes de igual área. En este caso los estudiantes optaron por que las partes en que es dividida la figura tuvieran la misma forma, pues la concepción que tienen acerca de la unidad, es repartirse de tal manera que se exponga a partir de procesos visuales que privilegian la congruencia geométrica entre las partes para garantizar su igualdad.	
Completar la unidad, dada una fracción de unidad	Si se cambia la dinámica de trabajar la fracción dada, la unidad y ahora se da una parte de la unidad, de tal manera que la construyeran; en este caso, dada la representación de $\frac{2}{5}$. Las respuestas que dieron consistieron en tomar la figura dada, asumiendo que es la unidad, la dividieron en cinco (5) partes iguales y colorear dos (2) de las partes; se detectó que no hay interpretación sobre el todo, visualizan la figura como la unidad; los estudiantes están con convicciones conceptuales que son erróneas.	
Reconocer las partes de una fracción.	La fracción que corresponde a cada parte de la unidad, se evidenció una conceptualización para reconocer la unidad. Se presentó interpretación de la unidad dividida en partes iguales, al preguntar quién es mayor entre $\frac{1}{2}$ o $\frac{1}{4}$; las respuestas fue $\frac{1}{4}$, ya que tienen estructurado los términos de la fracción, como términos independientes, y asumen que continúan en el conjunto de los números naturales, lo cual fue erróneo. Los estudiantes buscaron una figura patrón, representando la figura en triángulos semejantes al triángulo más pequeño; tienen una conceptualización para identificar la fracción que corresponde a cada triángulo, complicando y simplificando las fracciones. Concibieron la fracción como la unidad representada en partes iguales de forma y tamaño.	
Interpretar la fracción parte todo en términos discretos.	Por último, se propuso un acertijo matemático de la historia que consistió en comprender lo que pasa en el relato y dar una breve explicación; para este caso los estudiantes concluyen que el Cadi engañó a los hermanos haciéndoles creer que tenían un camello más a su favor y así poder hacer la repartición equitativa, pero al final todos quedaron bien, y el Cadi se quedó con su camello nuevamente.	Acertijo matemático
4) partes;	Expresan que no es posible dividir exactamente 17 camellos, pero que el Cadi si guió las indicaciones del padre, haciendo posible la repartición	Giuseppe Peano (1924; en la edición 1983, pág. 5-6) 



Resultados secuencia didáctica

Descripción de resultados	Análisis	Evidencias
Tangram / Parte todo Los estudiantes se basaron en la división de la unidad en partes de igual área y forma. Luego comenzaron a asignar la fracción y simplificaron en casos posibles. Algunos estudiantes presentan errores en reconocer la fracción que corresponde a cada pieza, relacionando la representación con fracciones que son menores; un caso es con respecto al triángulo grande pues asignaron la fracción $\frac{1}{4}$ y para el cuadrado, siendo correcta la fracción es $\frac{1}{2}$.	Aplicaron fracciones equivalentes para el triángulo mediano corresponde a la fracción $\frac{2}{16}$ o $\frac{1}{8}$. Se evidenció la división de todas las piezas en igual forma y área, es decir, establecen una figura patrón. Concibieron inicialmente la fracción como la relación con menor denominador es más pequeña; la pieza que corresponde, en este caso concibieron que $\frac{1}{4}$ es mayor que un $\frac{1}{2}$, lo cual es erróneo.	 
Fracciones de colores: Parte todo Initiaron reconociendo el material, enseguida se hizo una socialización de reglas y formalización de fracción <i>parte todo</i>; los estudiantes de manera espontánea, relacionaron las filas con las divisiones que tenían, la fila uno (1) la tomaron como la unidad, la fila dos (2) como la unidad dividida en dos partes iguales; cada franja de color diferente, la fila tres (3) dividida en tres partes iguales y con dos franjas de un color igual y una franja de color diferente, para la fila cuatro (4) dividida en cuatro (4) partes iguales, con las franjas de color diferente, pero coincidiendo las franjas de colores con otras filas. A si sucesivamente hasta la fila 12. Los argumentos que surgieron fueron que las fracciones que se forman son propias, el número mayor del dado corresponde al denominador; las franjas de igual color corresponden a fracciones equivalentes; a partir de los lanzamientos que salen, se puede simplificar o complicar la fracción. Las jugadas fueron más estratégicas por la simplificación y complicación que por la relación de filas con franjas de igual color.	No reconocen la unidad dada la fracción $\frac{4}{4}$; para el estudiante es equivalente únicamente a $\frac{8}{8}$ o $\frac{12}{12}$ Aplicaron complicación del denominador y el numerador lo dejan igual. Aplicaron fracciones equivalentes y comenzaron a reconocer que los colores tenían algo en relación con la fracción que se formaba. La ficha de la fila 7 y 11 no fue movida, aunque se formara con los dados una fracción unidad. El movimiento de fichas en las seis primeras filas fue fácil, en los momentos de pronunciar la fracción que se formaba, se les dificultó decir cómo se lee. En las fracciones formadas como $\frac{1}{3}$, se limitaron a correr en la fila tres 3, 6, 9, y se tomaron tiempo para hacer la jugada, pues al complicar el proceso mental es más arduo.	 
Tablero de colores / Porcentaje Se abordó el juego con las mismas reglas, pero cambio el registro semiótico, pues se abordó desde la fracción como <i>porcentaje</i>; encontraron relación del 50% con respecto a la fracción $\frac{1}{2}$, pero también como $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$; en otras palabras mencionan que en todas las filas pares se puede representar el 50%. Ahora, para el porcentaje 25% mencionan que puede ser representado en la fila cuatro (4), ya sea en color rojo, amarillo, o morado, pues cada franja corresponde al porcentaje. Para la representación del 20% la relacionaron con la fila 5 y la fila 10. En este punto de la investigación, los estudiantes ya asociaban los registros semióticos de fracción <i>parte todo</i> y <i>porcentaje</i>.	Hacen relación entre registros semióticos de fracción como <i>parte todo</i> y <i>porcentaje</i>. Reconocen los porcentajes más comunes con la fracción, como $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{5}$, entre otros. Para este punto de la construcción del objeto, reconocen la fracción en más de tres registros semióticos, porque para pasar del porcentaje a la fracción, utilizaron los decimales; de manera implícita aplicaron la conversión.	

Cartas / Parte todo		
Reconocer el material, entender la metodología del juego y ubicar las cartas de tal manera que coincidieran las caras con un sistema de representación. Enseguida, se dio inicio al juego, que consistía, en voltear todas las cartas, en el menor tiempo posible, reconociendo la correspondencia entre la representación simbólica y gráfica; los estudiantes comenzaron leyendo la fracción en voz alta y relacionándola con la gráfica que corresponde; las unidades no eran figuras regulares. El diseño de las cartas corresponde a diferentes representaciones de fracciones, por lo tanto, terminado la primera partida de cartas, se hizo intercambio de cartas y nuevamente se comenzó el juego.	El juego tuvo buenos resultados para la fracción <i>parte todo</i>; los estudiantes reconocen con facilidad la <i>gráfica</i> y la respectiva <i>fracción</i>. Sin embargo, les toma tiempo identificar las partes tomadas y el total de partes en que está repartida la unidad. Las fracciones que reconocen con facilidad, son $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{1}{5}$. Las fracciones que no reconocen con facilidad en todos los registros son $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{5}$. Las cartas fueron diseñadas en tres registros semióticos, <i>fracción parte todo</i>, <i>porcentaje</i> y <i>decimal</i>. El objeto matemático fue reconocido con facilidad como <i>parte todo</i>; se les dificultó reconocer los <i>porcentajes</i> para expresiones no comunes como $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$.	
Rompecabezas Parte todo, porcentaje, decimal		
En las reglas del juego los estudiantes agruparon de a cuatro (4) piezas para armar rompecabezas; ellos debían buscar los registros semióticos que correspondieran a la misma fracción. El desarrollo de actividad tomó tiempo pues reconocieron con facilidad la gráfica con la fracción, para reconocer la representación en <i>decimal</i> y <i>porcentaje</i>; se equivocaron muchas veces en algunos rompecabezas pues los armaron por descarte, ya que al ir haciendo grupos de cuatro (4), analizaron cuáles serían las representaciones que tenían en común por su forma.	Al principio el juego les pareció fácil porque todas las piezas eran iguales en forma, pero luego les tomó tiempo reconocer los registros para agrupar; por lo general partieron de la fracción, para asociar la <i>gráfica</i>, el <i>porcentaje</i>, el <i>decimal</i> y una <i>fracción equivalente</i>. Los estudiantes reconocieron la relación del objeto fracción a partir de los registros semióticos. Ya se estaba institucionalizando el conocimiento.	
Uno fracciones / Parte todo, porcentaje, decimal, razón, lenguaje común		
Los estudiantes debían articular todos los registros semióticos del objeto fracción, reconocer las representaciones que tenían las cartas e ir poniendo con un registro correspondiente al dado con anterioridad. Al principio la dinámica se tornó pasiva, pues el juego lo hacían por la estructura del tradicional <i>Uno</i>, guiándose más por los colores que por las representaciones. Luego se fue dinamizando más la estrategia de jugadas, en torno a los registros semióticos. Reconocieron la fracción como <i>parte todo</i>, en <i>gráfico</i> y <i>símbolo</i> y la equivalencia que puede tener, la fracción como <i>decimal</i>, <i>porcentaje</i>, <i>razón</i> y <i>lenguaje natural</i>. Se evidenció que les cuesta más trabajo partir del registro semiótico de <i>porcentaje</i> y pasar al registro de <i>razón</i>; también se detectaron dificultades en el caso de pasar del registro de <i>parte todo</i> a <i>gráfico</i> y <i>decimal</i>.	A partir de la teoría presentada por Duval se pudo hacer una valoración de este juego para ver que se logró en el aprendizaje del objeto fracción. Todos los registros semióticos fueron trabajados de manera significativa, los estudiantes estaban concentrados en las jugadas y aplicaron tratamiento y conversión de registros. La conexión entre un registro y otro es un sinónimo de las islas que plantea Vasco, de tal manera que se crean puentes, para reconocer el objeto fracción desde diferentes representaciones. Finalmente hacen comentarios entre ellos, institucionalizando el conocimiento.	



Conclusiones

Los estudiantes optaron por trabajar la fracción continua, a excepción de un estudiante, que propuso la fracción discreta, aunque se podría decir que, por contrato didáctico, habitualmente los estudiantes eligen representar una situación en figuras geométricas como el cuadrado, rectángulo y círculo.

Una dificultad relevante fue comprender los significados de la fracción como razón y probabilidad, por desconocimiento de trabajar conceptos relacionados al pensamiento métrico y pensamiento aleatorio.

Articulando la teoría con la investigación, se pudo verificar que los procesos cognitivos en un estudiante se construyen a partir de las transformaciones de los registros semióticos dando las características que constituyen la institucionalización del conocimiento respecto del objeto matemático fracción.

Los puentes que se forman de un registro semiótico a otro son más complejos de lo que parece, pues desarrollar la capacidad para reconocer el objeto y luego hacer conversiones, se necesita de una estructura conceptual sobre el objeto fracción para poder asimilar la actividad cognitiva.

La secuencia didáctica con mediación de los juegos y uso de material concreto, tuvo buena acogida por parte de los estudiantes. El juego fue un recurso didáctico efectivo para propiciar el aprendizaje noción de fracción

Las actividades lúdicas aplicadas, analizadas y evaluadas en esta investigación se constituyeron en un factor de interés y motivación para lograr los propósitos de reconocer la fracción en todos los registros semióticos involucrados.

Referencias

Chacón, P. (2008). El Juego Didáctico como estrategia de enseñanza y aprendizaje ¿Cómo crearlo en el aula? Retrieved from https://s3.amazonaws.com/academia.edu.documents/31505080/PaulaChacon.pdf?AWSAccessKeyId=AKIAIWOWYYGZ2Y53UL3A&Expires=1522520447&Signature=H103fKpW7xPeFNWxY%2BVDs085Zsw%3D&response-content-disposition=inline%3Bfilename%3DEl_Juego_Didactico_como_strateg

- Colombia Aprende. (n.d.). V1 Grado 6 -Página 2 de 4. Retrieved March 30, 2018, from http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_m_g6.pdf
- D'Amore, B., Laborde, C., Brousseau, G., Rico Romero, L., & Balderas Puga, A. (2006). Didáctica de la matemática. Cooperativa Editorial Magisterio. Retrieved from <https://www.magisterio.com.co/libro/didactica-de-la-matematica>
- D'Amore, B. (2013). Capítulo 6 Aprender la matemática para usar su lenguaje en modo universal. Retrieved from http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/aprender_matematica_para_usar_su_lenguaje_en_modos_universal.pdf
- DeWolf, M., Bassok, M., & Holyoak, K. J. (2015). From rational numbers to algebra: Separable contributions of decimal magnitude and relational understanding of fractions. *Journal of Experimental Child Psychology*, 133, 7284. <https://doi.org/10.1016/J.JECP.2015.01.013>
- Fandiño Pinilla, M. I. (2009). Las fracciones : aspectos conceptuales y didácticos. Magisterio. Retrieved from <http://bibliotecadigital.magisterio.co/libro/las-fracciones-aspectos-conceptuales-y-did-cticos>
- Fazio, L., & Siegler, R. (2011). Enseñanza de las fracciones; Educational practices series; Vol.:22; 2011. Retrieved from <http://unesdoc.unesco.org/images/0021/002127/212781S.pdf>
- Jughes, P. Fergus. (2006). El Juego. Editorial Trillas. México.
- Kiili, K., Moeller, K., & Ninaus, M. (2018). Evaluating the effectiveness of a game-based rational number training - In-game metrics as learning indicators. *Computers & Education*, 120, 1328. <https://doi.org/10.1016/J.COMPEDU.2018.01.012>
- Maria, J., Sallan, G., De, C., & Zaragoza, P. (1990). EFECTOS DE LA UTILIZACION DE JUEGOS EDUCATIVOS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. *Educator*, 17, 105118. Retrieved from <http://www.raco.cat/index.php/Educator/article/viewFile/42235/90184>
- Meza, A., & Barrios, A. (2010). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/1174/>
- Miguel Friz Carrillo, Susan Sanhueza Henríquez, Alejandra Sánchez Bravo, Marta Belmar Mellado, & Ernesto Figueroa Manzi. (2008). Redalyc.PROPUUESTAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS MATEMÁTICAS EN FRACCIONES. Chile. Retrieved from http://www.academia.edu/10162784/Redalyc.PROPUUESTAS_DIDÁCTICAS_PARA_EL_DESARROLLO_DE_COMPETENCIAS_MATEMÁTICAS_EN_FRACCIONES
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Estándares Básicos de Competencias En Lenguaje, Matemáticas, Ciencias Y Ciudadanas, 4695.



- <https://doi.org/958-691-290-6>
- Mónica de Torres Curth. (2001). El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional. SUMA REVISTA SOBRE LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS, 38, 2329. Retrieved from https://revistasuma.es/sites/revistasuma.es/IMG/pdf/38/SUMA_38.pdf#page=25
- Perera, P. B., & Valdemoros, M. E. (2007). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria. Retrieved from <http://funes.uniandes.edu.co/1254/>
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., & Lucio, P. B. (1996). Metodología de la investigación. McGraw-Hill.
- Van Dooren, W., Lehtinen, E., & Verschaffel, L. (2015, June 1). Unraveling the gap between natural and rational numbers. Learning and Instruction, 37, 14. <https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2015.01.001>
- Van Hoof, J., Degrande, T., Ceulemans, E., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2018). Towards a mathematically more correct understanding of rational numbers: A longitudinal study with upper elementary school learners. Learning and Individual Differences, 61, 99108. <https://doi.org/10.1016/J.LINDIF.2017.11.010>
- Vasco, C. E. (1994). Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas II. Ministerio de Educación Nacional. Retrieved from http://die.udistrital.edu.co/publicaciones/libros/un_nuevo_enfoque_para_didactica_matematicas_ii
- Velásquez N. José. (2006). Ambientes Lúdicos de Aprendizaje. Editorial Trillas. México.
- Zarzar, C. B. (2013). EL APRENDIZAJE DE FRACCIONES EN EDUCACIÓN PRIMARIA: UNA PROPUESTA DE ENSEÑANZA EN DOS AMBIENTES. Revista Horizontes Pedagógicos, 15(1). Retrieved from <http://revistas.iberamericana.edu.co/index.php/rhpedagogicos/article/view/403>

Forma de citar este artículo: Suárez P., & Reyes, A. M. (2018). Aprendizaje del objeto fracción en diferentes registros semióticos a Partir de una secuencia didáctica. Voces y Realidades Educativas, (2), 81-96.
