



DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALEATORIO Y VARIACIONAL A TRAVÉS DE TAREAS EXPLORATORIO- INVESTIGATIVAS

DEVELOPMENT OF RANDOM AND VARIATIONAL
THOUGHT THROUGH EXPLORATORY-RESEARCH TASKS

*William Andrés Sissa Sosa¹.
Diego Fabián González Sánchez²*

Recepción: 30/07/2019
Aceptación: 30/10/2019
Artículo de investigación

Resumen

Este artículo es una narrativa donde se describirá el desarrollo y resolución de una tarea matemática propuesta a estudiantes de educación superior dentro del marco de Aulas Investigativas (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2003), estrategia pedagógica que propone al alumno convertirse en un pequeño matemático, desarrollando actividades propias de estos, como la exploración, la organización de datos, realización y prueba de hipótesis o conjeturas, argumentaciones y demostraciones para validar resultados, entre otros, dentro de esta etapa se analizan los procesos realizados por los estudiantes. El análisis de la tarea tiene como objetivo general caracterizar el desarrollo del pensamiento aleatorio y variacional a través de los mementos implícitos en el desarrollo de tareas de carácter

1 Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia – Tunja – Boyacá, E-mail: andressisa10@gmail.com

2 Magister en Educación Matemática, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia – Tunja – Boyacá, E-mail: difagosa@hotmail.com



exploratorio e investigativo, para esto se describirá la tarea planteada y se clasificará dentro de las tipologías propuestas por Ponte et al (2003). Además, se hará un análisis dentro del constructivismo social, exaltando el papel del alumno y el papel del docente el desarrollo de este tipo de actividades, mostrando los resultados hallados en este estudio.

Palabras claves: Educación matemática, tarea, actividad, pensamiento aleatorio y variacional, aulas investigativas.

Abstract

This article is a narrative describing the development and resolution of a mathematical task proposed to students of higher education within the framework of Research Classrooms (Ponte, Brocardo and Oliveira, 2003), pedagogical strategy that proposes the student to become a small mathematician, developing their own activities, such as exploration, data organization, realization and testing of hypotheses or conjectures, arguments and demonstrations to validate results, among others, within this stage the processes performed by the students are analyzed. The analysis of the task has as a general objective to characterize the development of random and variational thinking through the implicit elements in the development of exploratory and investigative tasks, for this purpose the proposed task will be described and classified within the typologies proposed by Ponte et al (2003). In addition, an analysis will be made within social constructivism, highlighting the role of the student and the role of the teacher in the development of these types of activities, showing the results found in this study.

Key words: Mathematics education, homework, activity, random and variational thinking, research classrooms.



Introducción

La educación es un proceso que ha venido evolucionando constantemente a través de los años, a mediados del siglo XVII surgen en Europa las primeras escuelas de enseñanza como una muestra de modernismo y burguesía, escuelas de corte tradicionalista adoptadas en Latinoamérica a principios del siglo XIX donde se veía al estudiante como un sujeto receptor de conocimientos, y al docente como el dueño y señor del saber, quien todo lo sabe, el centro del proceso educativo, donde solo él como autoridad puede proponer, aportar a la clase y al conocimiento (Davidov, 1987), también se caracteriza porque el aula de clase es un lugar donde los estudiantes no pueden opinar ni participar, deben limitarse a copiar, memorizar y responder de manera correcta a las preguntas realizadas por el docente, sin dar cabida a los procesos internos realizados por el estudiante.

A través de los años y debido a su constante evolución, se ha permitido que los papeles cambien, en la actualidad distintas corrientes pedagógicas centran su actividad en los estudiantes, quienes tienen el control y ritmo de su educación, los cuales proponen activamente y participan del desarrollo de las clases, convirtiendo el aula de clases en un micro centro de investigaciones, y dando al docente el rol de orientador, guía y encausador de los procesos cognitivos realizados por los estudiantes (Ponte, 2003), es por lo anterior que en este artículo se presenta una forma distinta de abordar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas junto con algunos de sus resultados, en donde a manera de conclusión se ha evidenciado que esta propuesta pedagógica pone en juego distintos pensamientos, capacidades y competencias matemáticas en la resolución de las tareas planteadas desde la perspectiva de las aulas investigativas

Contenido

El uso de los números es un factor influyente en la adaptación y desarrollo del ser humano dentro de una sociedad, debido a la variedad de actividades diarias que requieren de su manipulación, es por esto, que su dominio ha sido considerado como una de las competencias básicas con las que debe contar cualquier ser humano (Cardoso y Cerecedo, 2008), de manera que ha sido necesario que el hombre sea orientado dentro del proceso de comprensión y construcción de sus distintos significados.



De la misma manera, es necesario reflexionar sobre las practicas docentes y resaltar que en los últimos años la enseñanza de la matemática se ha centrado en presentar al alumnos los objetos matemáticos como un todo ya terminado, es decir, se les presentan las formulas y ecuaciones ya establecidas para que estos las apliquen, por lo cual, no se ha permitido al estudiante construir el significado de diversos conceptos matemáticos, a cambio se ha dado las formulas ya establecidas para que éste las aplique sin mayor complejidad, cortando al educando las herramientas para su auto-aprendizaje delimitando su autonomía y capacidad crítica constructiva (Cañal y Porlan, 1987). Es por esto que objetos y conceptos numéricos como patrones numéricos, sucesiones, secuencias, entre otros, no tiene sentido dentro de la praxis del alumno.

Aulas investigativas en matemáticas

Las aulas investigativas buscan despertar en los estudiantes el espíritu genuino de la actividad matemática, pretende llevarlo a que se convierta en un matemático realizando actividades propias de ellos, como lo es explorar, indagar, manipular y organizar datos, además de buscar y plantear conjeturas para que las afirme o refute a través de sus propios procesos y argumentos, por ultimo desea que el estudiante demuestre de manera rigurosa sus afirmaciones y/o postulados frente a sus compañeros y docente. Esta propuesta señala que hacer investigación no requiere de un problema de inmensas proporciones, “basta con alguna o algunas preguntas de interés, las cuales no tengan una solución inmediata e involucre y motive al estudiante a buscar su respuesta” (Ponte.; Brocardo.; Oliveira, 2003, p. 9), haciendo que el estudiante vea la problemática como propia.

Dentro de las aulas investigativas en matemáticas, existen cuatro momentos principales, por los cuales atraviesan los estudiantes en la construcción del conocimiento, el primero es la exploración y formulación de preguntas investigativas; el segundo es la organización de datos y construcción de conjeturas; el tercer momento hace alusión a la afirmación o refutación de dichas conjeturas y el último y más difícil de alcanzar para algunos estudiantes es el cuarto momento en el cual se realizan las justificaciones, argumentaciones y demostraciones para validar los resultados, acciones que, a través de tareas exploratorio e investigativas, permiten al estudiante la construcción de su propio conocimiento; dentro del desarrollo de este tipo de tareas se exalta el papel del estudiante el cual debe ser, convertirse en un pequeño investigador matemático, además en esta corriente el docente ocupa el lugar de un investigador, rol de vital importancia pues el



docente debe saber en qué momento ayudar u orientar al estudiante para permitir su avance y evitar frustraciones, bloqueos o desánimos frente a las situaciones planteadas (Ponte, 2003. Citado por Riscanevo 2019).

¿Por qué investigar matemáticas en el aula?

Los estudiantes con frecuencia y en general la sociedad, creen que las matemáticas consisten simplemente en obtener siempre una respuesta correcta y realizar algunos cálculos algorítmicos y aritméticos, dejando de lado la vital importancia de la matemática en esta moderna y creciente sociedad, pues el uso y manipulación de los números, es un factor que interfiere en la adaptación y desarrollo del individuo dentro de una sociedad, debido a las diversas actividades que implican su uso. De esta manera, se ha perdido la fluidez y sentido al no poder interpretar la información proveniente del lenguaje matemático, como lo es una gráfica, un conjunto de números, o una representación geométrica, entre otros (Fiorentini et al, 1993, p. 33-34), por lo cual, se ha de permitir al estudiante la interacción directa con los distintos sistemas y procesos propios de las matemáticas.

No es un secreto que hasta hace pocos años la enseñanza de las matemáticas prestaba poca atención a los aspectos más relevantes e importantes de la actividad matemática como lo son la formulación y resolución de problemas, las pruebas y refutaciones de hipótesis, las argumentaciones, las críticas y demostración de resultados (Cockcroft, 1982), es por esta razón que resulta necesario investigar en el aula, reconociendo la importancia de trabajar las matemáticas bajo la perspectiva de la aulas investigativas, donde además se debe reflexionar sobre la labor docente, la cual toma distintos roles bajo la aplicación de situaciones diseñadas con estas características (Riscanevo, 2019), de manera que facilite y guíe al estudiante para que le permita generar conocimiento nuevo y significativo dentro de su proceso de enseñanza y aprendizaje.

Dentro del análisis teórico, se determinó que existe gran afinidad entre los momentos de las aulas investigativas y los procesos del desarrollo del pensamiento matemático pues se permite que el estudiante explore, lance hipótesis y las pruebe a través de sus propios argumentos y construcciones mentales. En el mismo sentido, dentro de los lineamientos curriculares del MEN (1998), se plantean los Estándares Básicos de Competencia, que son los conocimientos y competencias básicas que se deben desarrollar en los estudiantes durante su etapa escolar. Entre éstas se encuentran la formulación, tratamiento y resolución de problemas, que consiste en desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar



resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, la modelación, la cual implica analizar y decidir qué variables y qué relaciones entre ellas son importantes, además de hacer predicciones acerca de las soluciones, el proceso de comunicación consiste en el dominio del lenguaje propio de las matemáticas, donde los estudiantes comparten el significado de las palabras, frases, gráficos y símbolos.

Del mismo modo, uno de los más relevantes es el proceso de razonamiento, pues razonar es la acción de ordenar ideas en la mente para llegar a una conclusión, dar cuenta del cómo y porqué de los procesos que se siguen para llegar a las conclusiones, justificar las estrategias, formular hipótesis, hacer conjeturas, encontrar contra ejemplos, identificar patrones, usar hechos conocidos y argumentos propios para exponer ideas, comprendiendo que las matemáticas más que una memorización de reglas y algoritmos son lógicas que potencian la capacidad de pensar.

Bajo la atención de problematizar estos aspectos, se plantea la necesidad de responder al siguiente interrogante ¿Cómo se caracteriza el desarrollo del pensamiento aleatorio y variacional, a través de tareas de carácter exploratorio e investigativo?, esto con la finalidad de identificar cada una de las etapas que atraviesan los estudiantes en el desarrollo de estos pensamientos a través de la resolución de dichas tareas.

En el mismo sentido, bajo el marco de aulas investigativas, se considera tarea a todas las propuestas realizadas por el docente a sus estudiantes, y actividad serán todas aquellas acciones físicas o mentales realizadas por el alumno con el fin de resolverla (Ponte, 2003), es así, que las tareas planteadas están encaminadas a que por medio de distintas actividades los estudiantes desarrollen el pensamiento matemático, dentro de los cuales se encuentra el aleatorio y el variacional. En este sentido se entenderá pensamiento como la capacidad que tienen los seres humanos de realizar representaciones e interpretaciones mentales de sus relaciones con el exterior (Villarini, 1991).

Así mismo, el pensamiento variacional hace referencia al cambio y la variación, el principal objetivo del desarrollo de este pensamiento es la modelación matemática, para poder resolver un problema se debe tener un modelo de este, esto se logra mediante algunas faces donde se descubren los denominados patrones, las variables y los invariantes, es una forma de pensar dinámicamente y establecer modelos de variación mentales estableciendo patrones y regularidades numéricas, geométricas y demás (vasco, 2006), el estudio de estos conceptos y objetos que involucran variación están ligados a diferentes sistemas de representación, como



gráficos, verbales, escritos, símbolos, tablas y hasta ejemplos presentados por los estudiantes (Villa, 2006).

Algunos de los elementos relacionados con este pensamiento son la identificación de variables y constantes, la capacidad de generar y representar datos a través de tablas, graficas o secuencias numéricas, la interpretación de información proveniente de graficas o enunciados verbales o escritos y la identificación de patrones entendidos como propiedades de los objetos matemáticos (Posada et al, 2006).

El pensamiento aleatorio consiste en formular y responder preguntas usando la recolección de datos de diversas fuentes, aprendiendo a coleccionar, organizar, y graficar datos preparándolos para realizar predicciones basados en estos, además de realizar inferencias acerca de sucesos a partir del estudio de dichos datos, (Mason, 1997). Del mismo modo, el MEN (1998) define al pensamiento aleatorio como la acción de integrar la construcción de modelos que representes los fenómenos físicos y así como de desarrollar estrategias a través de la simulación de experimentos aleatorios y de conteos.

Experiencia en el aula

En busca del objetivo trazado se aplicó una tarea que se caracterizó por ser de carácter exploratorio e investigativo, pues permite al estudiante explorar diversas estrategias de solución o de éxito frente a esta situación, organizar ideas y socializarlas con sus semejantes, hacer proposiciones y ponerlas a prueba ante sus compañeros para reafirmarlas o refutarlas, además de dar la posibilidad al alumno de argumentar, justificar y demostrar sus proposiciones a través de su propio lenguaje y justificaciones, así mismo la tarea es de carácter abierto pues no tiene única respuesta y de dificultad accesible.

De manera particular, la tarea planteada a los estudiantes constaba de cinco ítems, con los cuales de manera progresiva y a través de preguntas se pretendía que los estudiantes movilizaran sus conocimientos, a través del principio multiplicativo y la noción de permutación y combinación. La resolución de la tarea evidencia como los estudiantes desarrollan el pensamiento aleatorio y variacional a través de las actividades matemáticas implícitas en el desarrollo de esta, además se ve la manera como proponen y argumentan sus ideas, se evidencia el trabajo en grupo, se hace evidente las configuraciones y estructuras que usan para dotar de sentido a los números y sus relaciones existentes entre ellos, de manera conjunta logran aprendizajes significativos



Metodología

En atención al cuestionamiento señalado, se planteó una investigación bajo el paradigma cualitativo descriptivo, pues se realizó en un entorno natural, donde se recolectaron los datos directamente, los cuales fueron analizados de manera inductiva, para posteriormente sintetizar y generalizar la información (Ernest, 1991). La medición de los datos no será numérica, pues se desea descubrir o responder a las preguntas de investigación mediante procesos interpretativos, lo que interesa es la perspectiva de los participantes (Sánchez y Santamaría, 2013).

Las técnicas de recolección de datos fueron la observación y observación participante, como instrumentos se utilizó el diario de campo, pues permite al docente investigador tomar atenta nota de los aspectos que le parezcan relevantes o que puedan dar origen a diseños emergentes dentro de la investigación, las grabaciones de audio, pues permiten tener de primera fuente las expresiones o argumentos de los estudiantes, que en ocasiones se expresan mejor de manera verbal que escrita, las imágenes y los registros realizados por los estudiantes, fuente de información de primera mano, pues es proporcionada directamente por la unidad de análisis de la investigación, las entrevistas y encuestas semiestructuradas, que arrojan indicadores acerca de las perspectivas de los estudiantes en su desenvolvimiento en este tipo de tareas exploratorias (Cardona, 2002).

Las actividades propuestas dentro del marco de las aulas investigativas se llevaron a cabo en una institución educativa de carácter privado, la cual contó con la participación de un grupo de 17 estudiantes para el desarrollo de las actividades propuestas, alumnos que cursaban entre primer y tercer semestre de un programa de educación superior.

Resultados y Discusión

La resolución de la tarea evidencia como los estudiantes desarrollan el pensamiento aleatorio y variacional a través de las actividades matemáticas implícitas en el desarrollo de esta, además se ve la manera como proponen y argumentan sus ideas, se evidencia el trabajo en grupo, se hace evidente las configuraciones y estructuras que usan para dotar de sentido a los números y sus relaciones existentes entre ellos, de manera conjunta logran aprendizajes significativos, a continuación se presentan algunos de los registros escritos realizados por los estudiantes, donde proponen y justifican sus respuestas ante esta situación. En el mismo



sentido, los análisis se realizaron buscando caracterizar el desarrollo del pensamiento aleatorio y variacional a través de los *momentos* implícitos en el desarrollo de la tarea.

Primer momento

El primer momento de aulas investigativas hace alusión a la exploración y formulación de preguntas de investigación, este primer momento se evidenció en el desarrollo de la primera parte de la tarea donde se pidió al estudiante trabajar de manera individual, acá se permite que los estudiantes exploren, busquen distintas alternativas y caminos de solución, a través de sumas, multiplicaciones, divisiones, registros y a través del diligenciamiento de la tabla dada en la tarea, actividades matemáticas realizadas por los alumnos en esta etapa del aula, algunas de estas exploraciones se muestran a continuación:

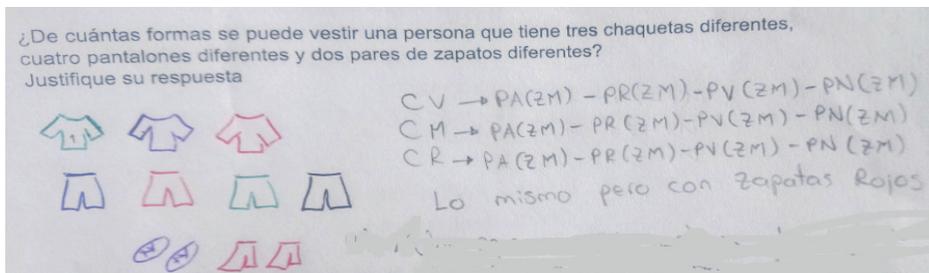


Figura 1. Exploración realizada por un estudiante. Elaboración propia

En estas figuras se evidencia la actividad matemática realizada por el estudiante y se evidencia como a través de ellas busca solución a las preguntas plantea. De esta manera se involucra al estudiante desde la primera etapa de la investigación, pues se toman en cuenta sus planteamientos e ideas de solución, además que se parte de los conocimientos previos presentes en el estudiante, lo cual le permite explorar sin dificultades u obstáculos pedagógicos o didácticos. Además que se estudian todos los posibles caminos de solución y no uno solo, tornado la actividad en un proceso divergente, el cual proporciona riqueza en la actividades matemáticas.

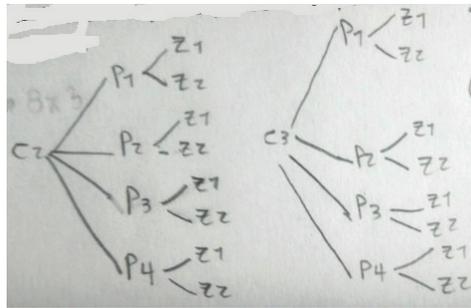
Segundo Momento

Dentro del desarrollo de la actividad se pedía al estudiante trabajar en grupo con alguno de sus compañeros, generando el espacio para la socialización y el diálogo entre pares, debido al contexto semirreal de la



situación, de esta manera, los estudiantes lanzan las primeras conjeturas e hipótesis acerca de las posibles soluciones a la situación planteada, en esta etapa del aula los alumnos plasman sus construcciones internas, expresan sus pensamientos libremente y sin prejuicios, plantean posibles soluciones los interrogantes, soluciones que serán sometidas a prueba por medio de actividades hechas por ellos mismos, en este momento se convierte el aula de clase en una micro sociedad científica donde se aplica el principio de la investigación empírica, construyendo el conocimiento mediante ensayo y error.

Algunas de estas hipótesis fueron lanzadas de manera espontánea por los estudiantes, otros trabajaban de manera rigurosa registrando sus conjeturas y respondiendo directamente a los interrogantes, situación que se muestra en la siguiente figura.



24 Formas de vestir
porque al combinar cada prenda con las otras
repetir cada estilo obtenemos 24 diferentes formas de

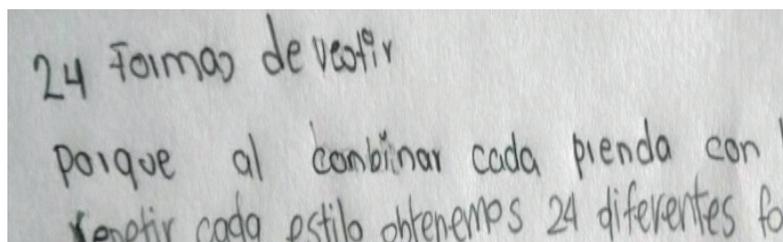
Figura 2. Organización de datos realizados por dos estudiantes. Elaboración propia

Esta imagen evidencia como los estudiantes realizan sus propias conjeturas a través de la manipulación y organización que le dan a los datos presentes en la situación, dentro de esta estrategia metodológica se respetan los conocimientos previos de los estudiantes y se da libertad a la manera de como él organiza y presenta la información.

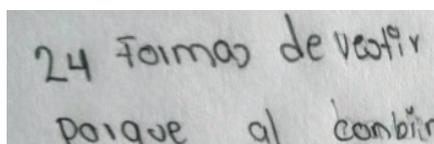


Tercer Momento

En este momento del aula se prueban las conjeturas realizadas por los estudiantes, de manera que solo se aceptan algunas de ellas y las otras se dan por descartadas, permitiendo al estudiante organizar sus ideas y evaluar lo relevante de ellas dentro de la situación presentada, generando y fortaleciendo este tipo de competencia en los estudiantes.



24 Formas de vestir
porque al combinar cada prenda con
tener cada estilo obtenemos 24 diferentes for



24 Formas de vestir
porque al combinar

Figura 3.

Conjeturas e hipótesis de solución propuestas por los estudiantes. Elaboración propia

En la figura N° se observan las actividades realizadas por los estudiantes, bajo la hipótesis de hallar los resultados a través de distintos planteamientos, en medio del trabajo en equipo se generan nuevas conjeturas, dialogo entre estudiantes y el docente, pues es este último quien tiene la necesidad de entender a sus estudiantes junto con su forma de pensar matemáticamente, para así apoyarlos y orientarlos en la construcción de nuevos objetos matemáticos.

Cuarto Momento

En este momento del aula se pretende que el estudiante logre la generalización de los conceptos abordados, es decir, en este instante el alumno realiza justificaciones y argumentaciones, con sus propias palabras, para validar y soportar los resultados hallados dentro de la tarea, en esta etapa de la clase el alumno desarrolla las competencias de razonar, encontrar patrones y utilizar sus argumentos para exponer ideas. En el caso particular del desarrollo de esta tarea, los estudiantes lograron plantear generalizaciones, justificar sus ideas a través de sus



propios argumentos, determinar patrones de comportamiento, y defender sus postulados con sus propias palabras.

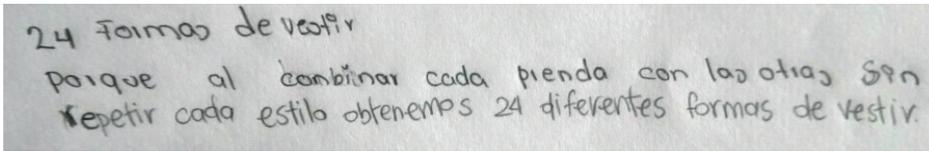


Figura 4. Justificaciones y argumentaciones realizadas por los alumnos. Elaboración propia

Lo anterior da muestras de un aprendizaje significativo, pues son los mismos estudiantes quienes logran construir los nuevos conocimientos a través del trabajo en equipo, que en la mayoría de ocasiones favorece el desarrollo de las competencias. Además de las argumentaciones verbales, se pedía argumentar de manera escrita, favoreciendo así el proceso de comunicación, la figura 4 muestra las justificaciones realizadas por uno de los estudiantes, en medio de la resolución de la situación.

De esta manera se evidencia el potencial que ofrecen las tareas de carácter exploratorio e investigativo en los estudiantes, pues permiten su activa participación dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y además se evidencia la satisfacción en los alumnos de poder culminar con la tarea de manera exitosa.

Conclusiones

Este tipo de propuesta de enseñanza y aprendizaje dentro de las aulas permite al estudiante expresar sus ideas y razonamientos, explorar, investigar, recopilar datos, organizarlos y de igual manera, plantearse preguntas, lanzar hipótesis y realizar conjeturas, facilitando la construcción del nuevo conocimiento, pues son los mismos alumnos, junto con sus compañeros quienes validan o refutan las distintas conjeturas surgidas dentro de la resolución de las tareas, llevándolos a generalizaciones y demostraciones, que son la muestra de sus argumentación y raciocinio alcanzado en este tipo de actividades, además de fortalecer la motivación de los estudiantes, logrando que estos se interesen más por la actividad matemática, permitiendo que la vean de una forma distinta, que rompan los esquemas y la monotonía de los salones tradicionales.

Por otra parte, se contribuye a formar en los estudiantes personalidades, debido a los fracasos, triunfos y ambigüedades presentes en el desarrollo de las tareas, forja nuevos lazos de amistad, despiertan un deseo de



superación personal y grupal y, sobre todo, dotan de sentido a la actividad matemática, permitiéndola ver como un producto del trabajo humano. Una de las conclusiones más importantes es que se generan nuevas dudas en los estudiantes haciendo que reevalúen sus saberes y que den prioridad a las cosas que son relevantes en la creación de la matemática, debido a que son actividades que intrigan y avivan sus curiosidades.

En el mismo sentido, se evidencia el deseo de superación en los aprendices, pues son tareas donde la exigencia matemática pone a prueba sus conocimientos, es aquí donde se evidencia la importancia del papel del docente quien debe ser un orientador de la construcción del conocimiento, que además debe tener una amplia concepción de la matemática como disciplina, ha de estar presto a brindar ayuda a sus estudiantes cuando la construcción de conceptos nuevos se les dificulte por algún motivo, ya sea debido a obstáculos epistemológicos o errores ya presentes en los ellos, lo que le implica saber más matemáticas, entender cómo perciben y entienden las matemáticas sus estudiantes, poner en práctica y adoptar teorías pedagógicas y didácticas que sean efectivas para sus alumnos y algo fundamental es que deben aprender a manejar las emociones de sus estudiantes en el desarrollo de este tipo de tareas.

De igual manera, otra de las bondades de esta estrategias pedagógica de aulas investigativas, es que se puede investigar como el estudiante investiga, generando grandes aportes pues el docente dentro de su práctica pedagógica, pues él también aprende de los estudiantes procesos nuevos referentes a los temas abordados en la resolución de las tareas, debido a que los alumnos utilizan distintas estrategias y caminos de resolución para obtener sus respuestas, en este momento el docente se convierte en un aprendiz más, evidenciando que es importante reconocer los distintos estilos de aprendizaje; además es satisfactorio notar los cambios de actitud presentes en los estudiantes frente a las actividades matemáticas, ya que esto propicia mejores escenarios de aprendizaje, enseñanza, formación personal y profesional.

Referencias Bibliográficas

- COCKCROFT, W. H. Mathematics Counts (report of The Comitte of Inquiry into the teaching of Mathematics in Schools), 1982.
- FIorentini, D.; GIMÉNEZ, A. Historias de aulas de matemáticas, 2003. p. 69-79.
- FIorentini, D. RE: polémicas naa solução de um problema, 2005.



- HERRERA, N. L., MONTENEGRO, W. & POVEDA, S. (2012). Revisión teórica sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (35), 254-287.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL DE COLOMBIA (1998). “Lineamientos Curriculares”.
- MASON, J. Resolução de problemas matemáticos no Reino Unido: Problemas abertos, fechados, e exploratórios, investigar para aprender matemática, 1996.
- MERCADO, L. P. L. As novas tecnologias e a educação. Parâmetros Curriculares Nacionais, Matemática, 1998.
- PONTE, J.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na sala de aula. Belo Horizonte: Autentica, 2003. p 152.
- PONTE, J. P. Investigar a nossa propria prática. In: GRUPO DE TRABALHO DE INVESTIGAÇÃO- GTI(Ed.). *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002, p. 5-28
- PONTE, J.P. Investigar, Ensinar e aprender. Lisboa: APM 2003
- SKOVSMOSE, O. Towards a philosophy of Critical Mathematics Education. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1994.
- VILLARINI JUSINO, ÁNGEL R. (1991). Manual para la enseñanza de destrezas de pensamiento. San Juan, Puerto Rico: Proyecto de educación liberal-liberadora.
- VASCO, C. E. (2006). El pensamiento variacional y la modelación matemática. Cali, Colombia.

Forma de citar este artículo: Sissa Sosa, W. A. & González Sánchez, D. F. (2019) “Desarrollo del Pensamiento Aleatorio y Variacional a través de tareas Exploratorio-Investigativas” *Revista Voces y Realidades Educativas* (4) pp. 115 - 128.
