



MATERIAL DIDÁCTICO PARA FORTALECER EL PROCESO DE APRENDIZAJE DE LA MULTIPLICACIÓN CON NÚMEROS NATURALES

DIDACTIC MATERIAL TO STRENGTHEN THE LEARNING PROCESS OF MULTIPLICATION WITH NATURAL NUMBERS

*Wylmer Ferney Lavacude Acero¹
Cesar Ivan Espinosa Romero²*

Recepción: 14/06/2021
Aceptación: 22/11/2021

Artículo de investigación

Resumen

Las matemáticas se han constituido en una de las áreas complejas para comprender por parte de muchos estudiantes, y entre los objetos matemáticos que menos dominan los estudiantes está la multiplicación. Esto a pesar de su importancia y constante uso en la matemática, física y química, entre otras áreas. De hecho, su uso en la resolución de problemas se convierte en un tema complejo para ellos, pues los limitan a algoritmos que pueden ser resueltos a través de calculadora, pero que carecen de significado. (Ferreiro, 2003; Nunes y Bryant, 2005).

-
- 1 Magister en Educación Matemática Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, E-mail: wyferney@gmail.com
 - 2 Magister en Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá, E-mail: cesarivan.espinosa@uptc.edu.co.



En este artículo, se muestra los resultados obtenidos de una investigación realizada dentro del enfoque cuasiexperimental, usando un pretest y posttest; se muestra, a grandes rasgos, los resultados de una prueba diagnóstica, pretest. Se expresan las debilidades de los estudiantes en relación con el objeto multiplicación, además del uso de una secuencia didáctica combinada con la herramienta virtual (OVA), diseñada bajo el *enfoque de sistemas* de acorde con los resultados del pretest y su articulación con el *enfoque de sistemas*. Igualmente se hace análisis de los resultados de aprendizaje de los estudiantes, con base en dos variables en un posttest.

Palabras claves: Cuasiexperimental, material didáctico, enfoque de sistemas, conceptualización, OVA.

Abstract

Mathematics has become one of the complex areas to be understood by many students and among the mathematical objects that students dominate the least is multiplication, this despite its importance and constant use in mathematics, physics and chemistry, among other areas. In fact, its use in problem solving becomes a complex issue for them, since they limit them to algorithms that can be solved through calculators but are meaningless (Ferreiro, 2003; Nunes and Bryant, 2005).

This article shows the results obtained from the research carried out within the quasi-experimental approach using a pretest and posttest, the results of a diagnostic test, pretest, are broadly shown. Where we know the weaknesses of the students regarding the multiplication object. in addition to the use of a didactic sequence combined with the virtual tool (OVA), designed under the systems approach and taking into account the results of the pretest. and how this is articulated with the Systems approach, in addition an analysis of the learning results of the students is made based on two variables in a post-test.

Keywords: Quasi-experimental, didactic material, systems approach, conceptualization, OVA.



Introducción

Las matemáticas se han convertido en un reto para los profesores a la hora de impartirlas dentro del salón de clase, así mismo, para los estudiantes en el momento de comprenderlas y disfrutarlas. Dentro de los objetos matemáticos que más causan inconvenientes, en su conceptualización, es la multiplicación con números naturales. Una de las razones que genera una seria dificultad didáctica, respecto de la aproximación a dicho objeto, es cuando se dice que una multiplicación es una suma de sumandos iguales, ya que no sólo estamos diciéndole al niño que la multiplicación es «eso», sino que todo lo que no sea «eso», no vale como multiplicación (Fernández, 2007).

En los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa el Moral de Chita. (Boyacá). (IEM) se encuentra esta falencia de aprendizaje, ya que a este grupo se le dificulta realizar multiplicaciones; al pasar los años, los estudiantes que ingresan a este grado parece que olvidaran lo aprendido en primaria; presentan bajo desempeño en el área de matemáticas, debido a que estos temas ya deberían ser dominados; por esta razón, se propone realizar un material didáctico con el fin de fortalecer el proceso de aprendizaje de estos temas.

Para el desarrollo del proyecto, se utiliza el método investigativo cuasiexperimental, ya que se pretende establecer, con precisión, una relación causa-efecto. Se caracteriza, fundamentalmente, por la manipulación y control de variables o condiciones que ejerce el investigador durante el experimento (Arias, 2012). Usando este método investigativo, se aplica un pretest a un grupo observado, luego de una intervención que se hace con el material didáctico, se realiza un posttest, con el fin de cuantificar en qué grado el grupo sujeto a la intervención fortaleció su proceso de aprendizaje.

El objetivo de este artículo es presentar los resultados de la prueba pretest, a grandes rasgos, mostrar la herramienta didáctica desarrollada y presentar algunos resultados, con base en la prueba posttest; el artículo se organiza de la siguiente manera: la primera sección presenta los referentes teóricos utilizados para la elaboración del proyecto; la segunda muestra la metodología con la que se elaboró las fases del proyecto, la tercera expone el análisis de las variables más sobresalientes tanto del pretest y posttest, la forma como se diseñó la herramienta según *el enfoque de sistemas*.



Contenido

Las operaciones con números naturales, en especial la multiplicación, se han convertido en unos de los objetos matemáticos más complejos de comprender para los niños y jóvenes, actualmente, ya que para resolver ejercicios con este tipo de operaciones los estudiantes se han acostumbrado a utilizar la calculadora, lo cual hace que el objeto matemático no sea aprendido por ellos y presenten falencias a la hora de aplicarlo. Para estos temas se encuentran aportes valiosos de autores que se inquietan por encontrar herramientas, técnicas y ayudas con el fin de mejorar el aprendizaje de la matemática en sus instituciones.

En lo local, autores como Méndez (2010), quien trabaja con los estudiantes de sexto grado de la institución Santo Tomás de Aquino, de Duitama, muestra la dificultad que presentan los estudiantes, en el aprendizaje de la multiplicación y división con números naturales. Plantea una investigación donde se abordan métodos didácticos que se puedan usar con el fin de mejorar el aprendizaje de este objeto matemático; estos métodos encierran secuencias didácticas, material manipulable, herramientas lúdicas, entre otros.

Otra investigación, donde la autora trabaja de una manera didáctica para tratar el objeto de la multiplicación y la división con números naturales, implementa como alternativa un juego de dados donde muestra la definición del objeto matemático. Este proyecto ofrece una nueva herramienta para que los docentes, que orientan el área de matemáticas, las usen como material didáctico en sus clases (Cárdena, 2009).

En lo nacional, se encuentran aportes de diferentes investigadores, quienes marcan una tendencia y una línea de investigación; recalcan no sólo la dificultad, sino lo necesario que es el manejo de las operaciones con números naturales en la educación, tanto así que algunos autores muestran que los ejes transversales y los procesos generales de la matemática conducen a la resolución y planteamiento de problemas, al razonamiento, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Además, muestran, en sus investigaciones; que se presentan obstáculos para que los estudiantes aprendan, principalmente, la división, donde presentan dificultades en la apropiación del algoritmo; especialmente, con divisores de dos o tres cifras (Valoyes, 2016).



En el ámbito internacional, se encuentran trabajos de docentes sobre el tema de las operaciones básicas con números naturales, como el caso del estudio exploratorio sobre el uso de modelos alternativos para la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación y división con estudiantes del primer ciclo, realizado en Honduras. El autor deja, entre sus conclusiones, que los estudiantes tienen falencia en reconocer y desarrollar de manera fácil estas operaciones, además de no identificar los métodos alternativos para llegar a la solución de las mismas, pero resalta que los estudiantes sí tienen la capacidad para conceptualizar y desarrollar las operaciones propuestas (Canalez, 2006).

Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA)

Desde el año 2006, el Ministerio de Educación Nacional de Colombia a través de su página: Colombia Aprende dice la siguiente definición de *objetos virtuales de Aprendizaje*: “un conjunto de recursos digitales, autocontenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización” (MEN, 2006). Para el desarrollo de un OVA se debe tener claro:

Contenidos: hace referencia al material teórico que conduzca al saber (definiciones, teorías, postulados, representaciones, procedimientos) de la temática por desarrollarse en el OVA.

Actividades: representan todas aquellas situaciones planteadas por el docente para que el estudiante ponga a prueba, afiance y aplique el conocimiento adquirido; de tal manera, que desarrolle las competencias cognitivas y personales establecidas en el objetivo de aprendizaje. Pueden comprender actividades de entrenamiento, grupales o de autoevaluación.

Metadatos: son componentes externos al OVA, los cuales especifican las propiedades y características del mismo. Los metadatos facilitan la identificación, clasificación y el almacenamiento en *repositorios* o *bancos de objetos* (Navarro, 2013).

Referente teórico

En relación con la educación matemática, se evidencia que, en las últimas tres décadas, se ha dado un giro notorio a la hora de enseñar, ya que se



tenía como único requisito, para la persona que enseñaba, el manejo de los contenidos matemáticos, sin importar si tenía conocimientos de cómo enseñarlos. Ahora, se evidencia un crecimiento en la pedagogía y en la didáctica como tal, esto debido a la capacitación que tienen hoy en día los docentes, es decir, no sólo basta con saber matemáticas, sino que tanto la actitud como la manera en que se enseña y aprende el conocimiento importan (Espinosa, 2010). Por esta razón, en esta investigación se usan las etapas propuestas por Vasco (1980).

Lo que se propone, en este enfoque, es que se analice la enseñanza aprendizaje como un sistema matemático, donde se parta de tres características fundamentales que el autor llama sistemas, las que son: sistema concreto, sistema conceptual y sistema simbólico. En su explicación Vasco (1980) expresa que cada estudiante interactúa en su entorno con objetos matemáticos evidentes, pues muestra que, por lo menos, el sólo hecho de ir a una tienda y comprar ya implica hacer operaciones básicas, como suma, resta, multiplicación. Esto es lo que él llama sistema concreto, y es la base que se debe aprovechar para que el estudiante aprenda. Tener en cuenta este sistema concreto, y llevar a que el estudiante afiance dicho conocimiento dirige al docente a proponer el segundo sistema que es el conceptual, donde el docente debe organizar los elementos con los cuales se va a trabajar; es decir, los objetos matemáticos y, a su vez, la forma como se van a transformar.

Se expresa que es en este sistema donde se piensa, construye y elabora mentalmente lo que es el concepto matemático. Ya partiendo de la base del sistema concreto y el sistema conceptual, se emplea el sistema simbólico, donde se encuentran los símbolos. Es lo que se puede escribir, lo que se puede pintar, y aun hablar; este sistema simbólico se encuentra en los libros, textos, material de consulta, entre otros. Y se puede considerar como el lenguaje matemático (Vasco, 1980).

Metodología

Para trabajar este proyecto, se utiliza la metodología de Investigación social, con un enfoque cuasiexperimental. Este enfoque es casi un experimento, excepto por la falta de control en la conformación inicial de los grupos. En este caso, se toma como variables dependientes un pretest y un posttest, que son los que asignarán el efecto que se produce



al tratar un grupo con una variable independiente (Arias, 2012). Para ello, se toma un grupo, sin tener en cuenta cómo se conforman, y se lo somete a determinadas condiciones, estímulos o tratamiento (variable independiente), para observar los efectos o reacciones que se producen (variable dependiente). Hoy, gran parte de las investigaciones sobre educación se ajustan a este diseño, en el cual se estudia un sólo grupo, antes y después de someterlo a la acción de algún agente o tratamiento que se presume capaz de provocar un cambio (Campbell y Stanley, 1995).

En este artículo se analiza los resultados de la prueba pretest, se describe en términos generales el OVA implementado, y se analiza el progreso en cuanto dos variables, evidenciado en los resultados del postest.

Una de las características fundamentales de este enfoque es buscar responder si una hipótesis es viable o no (Corbetta, 2007). Para este proyecto, la hipótesis nula es $H_0 = a$ *través de una herramienta virtual los estudiantes de grado sexto de la IEM mejoran su proceso de aprendizaje de la multiplicación de números naturales*. La hipótesis alternativa, $H_1 =$ *los estudiantes de grado sexto de la IEM no pueden mejorar su proceso de aprendizaje de la multiplicación de números naturales a través de una herramienta virtual*.

La IEM se encuentra ubicada en la vereda El Moral, del municipio de Chita (Boyacá), en la provincia de Valderrama, a 130 Km al norte de Tunja. La vereda se encuentra a 3183 msnm y su nivel socioeconómico es bajo. Sostiene su economía en la agricultura y en la ganadería a pequeña escala. Para el proyecto, se trabaja con la población de estudiantes de la IEM de Chita Boyacá, que, en el momento, son 209. La institución cuenta con 3 sedes más, todas de básica primaria. Para el presente proyecto, se toma la sede central. Como muestra, los 34 estudiantes que cursan el grado sexto.

Para el desarrollo del proyecto se tiene en cuenta 3 fases que son: fase diagnóstica, fase de implementación y fase evaluativa. En este artículo se detalla la primera, la diagnóstica, y, de forma general, se describen las otras fases, según los resultados obtenidos hasta ahora en la investigación.

Fase diagnóstica:

Teniendo en cuenta el diseño cuasiexperimental, se aplica el pretest (ver anexo 1), a los estudiantes, donde se exponen varias operaciones con



números naturales. La pretensión con la prueba, es lograr entender cuáles son las debilidades presentes y cuáles las fortalezas al multiplicar. Ya con la prueba realizada, se analiza pregunta por pregunta, con el fin de ser asertivos en la identificación de las debilidades y fortalezas, ya que este proceso ayudará a que el diseño del contenido sea el adecuado.

Fase de Implementación:

Una vez diseñada la secuencia didáctica y la herramienta virtual, con base en las debilidades encontradas en el diagnóstico, se procede a implementarla. En las clases predispuestas para él, se trabajan los temas, así: multiplicación, dos sesiones, cada una de 2 horas de clase, para un total de 4.

Fase de Evaluación:

Para la evaluación se usa una prueba posttest (ver anexo 2), en la cual se evidencia qué tan acertada fue la hipótesis H_0 . El posttest se analiza, basado aun en el pretest, para con ello, encontrar de manera más clara los aportes hechos, las necesidades y debilidades suplidas, lo que aún hace falta mejorar. Este análisis se hace estadísticamente.

Resultados y Discusión

A continuación, se analizan algunos fragmentos de las respuestas a las preguntas de la actividad planteada para el diagnóstico, acompañados de un análisis estadístico de los resultados de dicha prueba.

Una vez aplicada la prueba diagnóstica que, por motivos de la pandemia no se pudo realizar con normalidad, ya que se enviaron todas las pruebas, pero sólo devolvieron las respuestas 10 estudiantes, esta prueba arrojó los siguientes resultados.

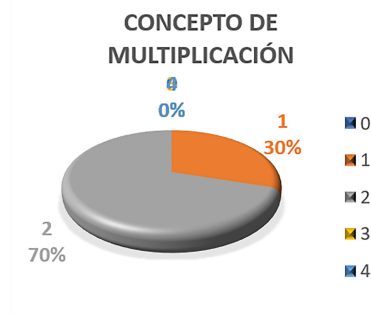
A. Objetos de Multiplicación.

Tabla 1.

Concepto del objeto multiplicación.



Número de preguntas	Número de respuestas correctas	Frecuencia relativa %
0	0	0,0%
1	3	30,0%
2	7	70,0%
3	0	0,0%
4	0	0,0%
Total	10	100,0%
Media		1,70
Error típ. de la media		,153
Mediana		2,00
Moda		2
Desv. típ.		,483



El 70%, que corresponde a 7 estudiantes, obtienen 2 respuestas correctas. El 30% de los estudiantes obtienen 1 respuesta correctas, y ningún estudiante, 3 o 4 respuestas correctas. Teniendo en cuenta que la media de las respuestas correctas es de 1.7 y que la moda es 2, se evidencia que el grupo de estudiantes tiene alguna percepción del concepto de multiplicación, ya que un 70% contestan 2 de las 4 preguntas bien, y el 30%, 1 bien, lo que muestra que conocen parcialmente el concepto de multiplicación, pero no lo manejan en su totalidad, por lo que se toma como una debilidad.

B. Métodos Para Realizar Multiplicaciones.

Tabla 2

Método para multiplicar

Número de posibles respuestas	Número de respuestas acertadas	Frecuencia relativa %
0	9	90,0%
1	1	10,0%
Total	10	100,0%
Media		,10
Error típ. de la media		,100
Mediana		0,00
Moda		0
Desv. típ.		,316





En cuanto a realizar una multiplicación usando algún método para desarrollarla, se evidencia que el 90% no tienen claro algún método y sólo el 10% utiliza alguno para desarrollar la multiplicación. La media de respuestas correctas es de 0,1, la moda es 0 y la mediana es de 0. Estos resultados muestran que existe una debilidad al momento de realizar una multiplicación.

En la pregunta sobre el método de división se encuentra que el 100% no maneja algún método para dividir. Lo que realmente se muestra como una debilidad. En comparación entre multiplicar y dividir, se observa que el 10 % de los estudiantes sabe cómo multiplicar usando algún método, mientras que a la hora de dividir ningún estudiante supo cómo hacerlo.

C. Método para resolver problemas con multiplicación.

Tabla 3

Método para resolver problemas de multiplicación

Número de posibles respuestas	Número de respuestas acertadas	Frecuencia relativa %
0	7	70,0%
1	2	20,0%
2	1	10,0%
Total	10	100,0%
Media		,40
Error típ. de la media		,221
Mediana		0,00
Moda		0
Desv. típ.		,699



A la hora de resolver problemas que contienen multiplicación, se evidencia que el 70%, de los estudiantes, no resolvieron los problemas, el 20% resolvió uno y, un 10%, resolvió los dos. La media de respuestas correctas es de 0,4, la respuesta que más se repite es 0 y como mínimo se tiene que el 50% de los estudiantes no resolvieron al menos 1 de los problemas correctamente. Es evidente que el no tener un método para multiplicar demuestra que la resolución de problemas con multiplicaciones es una debilidad.



herramienta virtual según el enfoque de sistemas de Vasco.

La herramienta virtual creada se pensó basada en las debilidades que a través de la prueba diagnóstica quedaron descubiertas en los estudiantes de la IEM. Para en parte superar estas debilidades se optó por el enfoque de sistemas de Vasco, el cual aborda el aprendizaje de la matemática no como conjuntos sino como sistemas que el estudiante ya conoce llamado sistema concreto, y al que debe llegar, sistema conceptual y simbólico (Vasco, 1984); diseñando no sólo para el desarrollo de la herramienta virtual sino además de ello para una secuencia didáctica con el fin de introducir la herramienta virtual dentro de la secuencia, por lo cual se trabajó de la siguiente manera:

La herramienta virtual se organizó por tableros simulando un juego, programados todos desde el lenguaje visual Basic 6.0, se insertó 3 videos y se organizó según el enfoque de sistemas. Se inicia con una pantalla que daba la bienvenida al estudiante (denominado jugador) a aprender junto con MATHY, un robot que viaja por el espacio y a quien un astronauta le aproximaba al objeto de la multiplicación. Las siguientes pantallas se usaron para iniciar y centrar al estudiante en el juego y luego llevarlo por un viaje en la historia de la multiplicación a través de un video,

Posterior a esta pantalla se inicia el recorrido por el sistema concreto, que es todo conocimiento que los estudiantes tienen de un tema, en este caso la multiplicación, pero que no lo tienen aprendido, es decir lo saben hacer, pero no saben que lo saben. En esta parte del juego los estudiantes a través de tableros diseñados en este sistema, realizan operaciones como sumas repetidas de manera natural, ya que es algo que ellos llevan a cabo en la vida diaria al contar cosas (Vasco, 1980).

Para trabajar este sistema en la herramienta virtual se crearon varios formularios, donde el estudiante a través de un juego mostraba que sabía cómo hacer las sumas repetitivas que en sí son la base de las tablas de multiplicar. En este tablero el jugador oía un audio que lo invitaba a participar del juego salvando al planeta oprimía el botón instrucciones y luego se activaba el nivel en el que deseara jugar, posteriormente daba clic en iniciar y escogía una de las cajas con interrogación y se iniciaba la suma, para lograr salvar al planeta tenía un tiempo determinado según el nivel que hubiese escogido, si lograba hacerlo salvaba al planeta de la nave enemiga y si no lo conseguía el planeta era destruido. El tablero



buscó que el jugador pusiera en práctica su conocimiento concreto sobre sumas repetidas

Luego de este nivel, basado en el sistema concreto, se presenta un video que describa el objeto de la multiplicación, el cual se centra en el sistema conceptual, donde el estudiante construye la definición de lo que es multiplicar e interactúa en una serie de tableros, para aproximarse al objeto de forma práctica (Vasco, 1980).

Los tableros, diseñados en el sistema conceptual, muestran, el objeto multiplicación de diferente manera. El estudiante logra avanzar en los tableros, a medida que demuestra, según el juego, que reconoce el objeto matemático.

Posteriormente, para entrar en el sistema simbólico, se trabaja un video con las propiedades de la multiplicación, en donde se explica, de manera sintética, las propiedades características del objeto multiplicación, a través de ejemplos. Luego, se muestra la manera como se escribe simbólicamente dicha propiedad. (Vasco, 1980).

Una vez los estudiantes vieron el video, procedieron a trabajar con la guía del profesor los tableros diseñados. En estos tableros el jugador debía poner en prueba lo entendido en el video. Además, el estudiante debía manejar la escritura simbólica y definición de cada propiedad. A través de la definición de la propiedad, el estudiante escogería a qué propiedad se refería el enunciado, el estudiante relacionaría cada igualdad con una propiedad.

Ya estando en el sistema simbólico, se les presenta a los estudiantes un tablero donde se explica, paso a paso, un algoritmo para efectuar las multiplicaciones. Primero, se les muestra una explicación de la forma como se trabaja el algoritmo; posterior a ello, se trabaja con los tableros para poner en práctica dicho algoritmo. Ya terminando el juego, se encuentra otro juego, en el cual el estudiante practica la multiplicación, y el tablero final.

Análisis prueba postest.

Para analizar los resultados obtenidos, luego de aplicada la secuencia didáctica junto con la herramienta virtual, es preciso mencionar, que se presentaron algunos inconvenientes, marcados por el modelo de la alternancia, demandado por la pandemia actual.

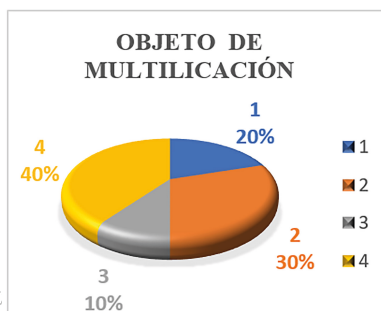


D. Concepto objeto multiplicación

Tabla 4.

Objeto multiplicación.

N° de pregunta	N° respuestas correctas	Porcentaje
1	2	20
2	3	30
3	1	10
4	4	40
Total	10	100
Media		2,7
Mediana		2,5
Moda		4



En cuanto el objeto matemático, los resultados muestran que respondieron acertadamente en 2,7 las preguntas. La moda muestra que 4 de los 10 estudiantes respondieron las 4 preguntas y la mediana se ubicó en 2,5. Se puede leer que 2 estudiantes aún tienen dificultad con el objeto multiplicación, pero los otros 8 ya tuvieron una buena aproximación a dicho objeto.

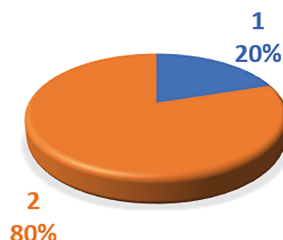
E. Algoritmo de la multiplicación.

Tabla 5

Manejo algoritmo de la multiplicación

Numero de pregunta	N° respuestas correctas	Porcentaje
0	2	20
2	8	80
Total	10	100
Media		1,6
Mediana		2
Moda		2

ALGORITMO DE MULTIPLICACIÓN





En la pregunta donde los estudiantes debían utilizar el algoritmo de la multiplicación, se puede evidenciar, claramente, que 8 de los 10 estudiantes lograron utilizar bien el algoritmo y resolvieron las multiplicaciones. 2 estudiantes no lograron comprender o usar el algoritmo para resolverlas.

Sobre el uso del algoritmo para resolver multiplicaciones, se puede notar por la forma como el estudiante resolvió las dos operaciones propuestas. Que el resultado y aún el proceso en sí están bien ejecutados, una de las principales fuentes de errores, para resolver satisfactoriamente lo ejercicios, es el desorden. Aún falta orden para que no se falle en los resultados. Ya analizando, el uso del algoritmo, muestra que, el estudiante mejoró en el manejo del mismo, para resolver de manera acertada el objeto multiplicación. En esta pregunta, se puede ver reflejado el sistema simbólico, ya que el estudiante hace uso de la representación simbólica del algoritmo mostrado dentro de la herramienta para dar solución a las operaciones planteadas (Vasco, 1984).

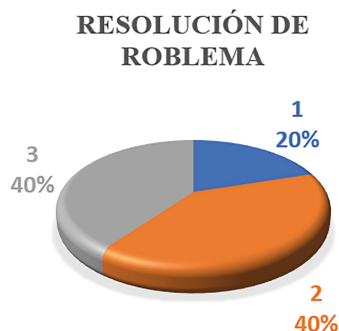
F. Resolución de problemas.

Tabla 6.

Resolución de problemas.

Número de pregunta	Nº respuestas correctas	Porcentaje
1	2	20
3	4	40
4	4	40
Total	10	100
Media		3
Mediana		3
Moda		3a

a Existen varias modas. Se mostrará el menor de los valores.



En el tema de la resolución de problemas se muestra, según los resultados, que 4 de los 10 estudiantes resolvieron los problemas planteados. 4 resolvieron 3 de los cuatro problemas, y 2, solo resolvieron 1. Aunque el 80% supieron resolver los problemas aún existe un grupo de estudiantes que duda a la hora de ejecutarlos.



Este aspecto del objeto multiplicación es uno de los más complejos de analizar, ya que, como tal, este tema merece un estudio aparte por su grado de complejidad y de transversalidad con otras áreas del saber, cómo la lectura comprensiva. Se evidencia desorden en la manera como resuelven los problemas, se denota que el estudiante realiza primero el que le parece más fácil, aunque maneja perfectamente el algoritmo para multiplicar, y la resolución está acorde con lo que exigían los planteamientos de los problemas. Cabe resaltar la falta de orden al hacerlo. Esta pregunta muestra *el enfoque de sistemas* en sus 3 etapas, ya que, al plantear los problemas, el estudiante debe dar solución a ellos, basándose en sus conocimientos previos, lo que equivale al sistema concreto. Luego, para resolver las operaciones, debe hacer las representaciones simbólicas a que hace referencia el sistema simbólico. Esa representación la hace, basándose en los conceptos propios del objeto matemático, con lo cual se enlaza el sistema conceptual, lo cual le da al estudiante un enfoque completo para el aprendizaje del objeto multiplicación.

Conclusiones

Se puede evidenciar, según el análisis de la prueba diagnóstica, que el manejo de la definición de multiplicación para los estudiantes es una debilidad. Además de esto, en lo que se refiere a las propiedades de la multiplicación, se denota falta del manejo de éstas, consistentes en las propiedades del objeto multiplicación, las respuestas son equivocadas. Se deja ver, entonces, falencia en el sistema tanto simbólico como conceptual.

Para el desarrollo de las operaciones de multiplicación, en el pretest, se muestra que los estudiantes no tienen un método claro para realizar este tipo de operaciones, ya que el 10% apenas logra desarrollar una multiplicación, lo cual indica la debilidad que se tiene. Los estudiantes no manejan un método para desarrollar estas operaciones, lo cual demuestra poco trabajo en el sistema simbólico.

El último ítem de esta prueba diagnóstica es la resolución de problemas que contengan multiplicación. Se muestra que, también, existe una debilidad en el 70% de los estudiantes, cabe resaltar que, en la multiplicación, se tiene un 40% que lograron resolver máximo 1 problema, por ello, se puede tomar como una debilidad.



En conclusión, en los tableros 4 al 6, se ve la etapa del sistema concreto, ya que para interactuar con ellos el estudiante utiliza los conocimientos *a priori* que sobre los temas planteados tiene. Los tableros siguientes del 7 al 9, trabaja el sistema conceptual, ya que en ellos se le afirma al estudiante un concepto del objeto multiplicación. Además, puede practicar dicho concepto y, así, apropiarse del mismo. En los tableros del 10 al 14, trabaja tanto el sistema simbólico y el conceptual, ya que en ellos los estudiantes manejan los conceptos del objeto multiplicación, de las propiedades, pero, a su vez, se trabaja con las representaciones simbólicas de cada uno de los conceptos. Los tableros siguientes, del 15 al 19, trabajan el algoritmo del objeto multiplicación, lo cual se establece dentro del sistema simbólico con la intención de que el estudiante se apropie de este algoritmo y su representación simbólica. Lo anterior muestra las etapas marcadas en el enfoque de sistemas de Vasco.

En referencia a la prueba postest, se puede comprobar que existe una mejoría a partir de las debilidades con respecto a la conceptualización y resolución del algoritmo del objeto multiplicación, al igual que mejora tanto en ejercicios como en problemas propuestos en la prueba. Además, se evidencia que los estudiantes, a pesar de mejorar en cuanto al objeto multiplicación, se puede ver en la figura 9 y figura 10, que no son ordenados. Ello, puede generar errores en la resolución de los ejercicios y problemas.

Referencias

- Arias, F. (2012). El proyecto de investigación. Caracas: Episteme S.A.
- Aristizábal, J. H., Colorado, H., & Álvarez, D. (2011). El juego como una estrategia didáctica para desarrollar el pensamiento numérico en las cuatro operaciones básicas. Sophia, 117 -127.
- Ayil C, J. S. (2018). Entorno virtual de aprendizaje: una herramienta de apoyo para la enseñanza de las matemáticas. México: Universidad Da Vinci.
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1995). Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social. Paraguay: Amotrurru editores, S. A.
- Canales V, M. R. (2006). Estudio Exploratorio sobre el uso de modelos alternativos para la enseñanza y aprendizaje de la multiplicación y división con estudiantes del 1 ciclo. Tegucigalpa, Honduras: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazan.



- Cárdenas M, S. P. (2009). Concepto de multiplicación y división mediante el juego de dados . Tunja : UPTC.
- Corbetta, P. (2007). Metodología y técnicas de investigación social. España: McGraw Hill, Interamericana de España.
- Díaz B, Á. (2013). Guía para la elaboración de una secuencia didáctica. México: comunidad de conocimientos UNAM.
- Dick, W., & Carey, L. (2004). The Systematic Design of Instruction. Florida : Allyn & Bacon.
- Espinosa, A. J. (2010). La inaturaliza de la matemática , sus concepciones y su influencia en el salón de clase. Tunja: Grupo de investigación Pirámide, UPTC.
- Fernández, B. J. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica en la enseñanza de la matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación, 119-130.
- Fernández, B. J. (2017). La numeración y las cuatro operaciones matemáticas. Madrid: Editorial CCS.
- Ferreiro, E. (2003). Vigencia de Jean Piaget. México: Siglo XXI.
- Font, J. D., Godino, C., & Batanero, V. (2004). Didáctica de las matemáticas. Granada, España: GAMI, S. L. Fotocopias.
- MEN. (2003). Estándares básicos de matemáticas y de lenguaje. Mayo 2003. Lineamientos curriculares de matemáticas. áreas obligatorias y fundamentales. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá: Editorial Magisterio.
- MEN. (2006). Ministerio de Educación . Obtenido de aprendeenlinea.udea.edu.co: http://aprendeenlinea.udea.edu.co/lms/men/oac1.html.
- MEN. (2017). Plan Nacional Decenal de Educación 2016-2026. Bogotá: AF&M Producción Grafica S.A.
- MEN. (diciembre de 2019). Estudio resultados prueba saber 2019. Obtenido de <https://www.mineduacion.gov.co/1621/article-107411.html>
- Méndez , E. E. (2010). Planificación para el aprendizaje de la multiplicación y la división de números naturales en el grado sexto. Tunja: UPTC.
- Mendoza O, C. L. (2015). scratch y G compris herramientas didácticas en el aprendizaje de las tablas de multiplicar con estudiantes del grado 3 de la institución educativa Rio Blanco. Tunja: UPTC.
- Morrison, G. R. (2010). Designing Effective Instruction. New York: John Wiley & Sons.
- Navarro, S. M. (2013). Objeto virtual de aprendizaje para el área de matemáticas. Medellín: Universidad Pontificia Bolivariana.



- Nunes, T. y Bryant, P. (2005). *Las matemáticas y su aplicación: la perspectiva del niño*.
Buenos Aires: Siglo XXI.
- Valoyes, C. N. (2016). *Diseño de una estrategia de enseñanza de la operación división en números naturales, que contribuya al desarrollo del pensamiento numérico para educación básica secundaria a través de la comunicación matemática escolar*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Vasco, U. C. (1980). *El enfoque de sistemas en el nuevo programa de matemáticas*. Bogotá.
- Vivas S, C. J., Murillo C, Z. L., & Cristancho C, J. R. (2016). *Scratch. Estrategia didáctica para el aprendizaje de las tablas de multiplicar en escuela nueva*. Tunja: UPTC.
- Yepes, L. M. (2016). *Proyecto de aula para fortalecer el pensamiento numérico a través de la utilización de material manipulativo en los niños de preescolar*. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Como citar este artículo: Lavacude-Acero, W. y Espinosa-Romero, C. (2021). Material Didáctico para Fortalecer el Proceso de Aprendizaje de la Multiplicación con Números Naturales. *Voces y Realidades Educativas*, (7). 81-98
