



# PENSAMIENTO VARIACIONAL A PARTIR DE SITUACIONES DE CONTEXTO MEDIADOS CON GEOMETRÍA DINÁMICA

VARIATIONAL THINKING FROM CONTEXT SITUATIONS  
MEDIATED WITH DYNAMIC GEOMETRY

*Juan Carlos Hernández Martínez<sup>1</sup>*

Recepción: 28/01/2022  
Aceptación: 11/05/2022  
Artículo de investigación

## **Resumen**

El presente artículo tiene como finalidad analizar e interpretar los procesos de desarrollo del pensamiento variacional, de los estudiantes de grado quinto de dos instituciones educativas del departamento de Boyacá, al abordar situaciones problémicas de contexto con mediación de material real y de geometría dinámica, por medio de la aplicación y la valoración de secuencias didácticas. Primero, revisando aportes teóricos realizados por académicos y en un segundo momento, las fuentes de información primaria, las cuales condensan el análisis de datos tras aplicar una serie de cuestionarios a los estudiantes para determinar el proceso de aprehensión y comprensión de conceptos matemáticos. Para dicho efecto, se diseñó la investigación desde una naturaleza mixta (cuantitativa – cualitativa) desde un método secuencial, que permitiera afrontar de manera ordenada y según su magnitud todas las variables del fenómeno antes planteadas.

---

<sup>1</sup> Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) Tunja, Boyacá. Magíster en Didáctica de la Matemática de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC) profe\_juan\_hernandez@hotmail.com



A modo de conclusión, se resalta la importancia de articular de forma adecuada las secuencias didácticas en las enseñanzas de las matemáticas, de acuerdo con los contextos y necesidades específicas de los estudiantes, siendo este análisis fundamental para que ellos logren aprendizajes significativos.

**Palabras claves:** Sucesiones dinámicas, Tecnologías de la información, pensamiento variacional, pensamiento lógico, resolución de problemas

## **Abstract**

The purpose of this article is to analyze and interpret the processes of development of variational thinking, of fifth grade students from two educational institutions in the department of Boyacá, when addressing problematic situations of context with the mediation of real material and dynamic geometry, through of the application and evaluation of didactic sequences. First, reviewing theoretical contributions made by academics and secondly, the primary information sources, which condense the data analysis after applying a series of questionnaires to students to determine the process of apprehension and understanding of mathematical concepts. For this purpose, the research was designed from a mixed nature (quantitative - qualitative) from a sequential method, which would allow facing in an organized way and according to its magnitude all the variables of the phenomenon previously raised. By way of conclusion, the importance of adequately articulating the didactic sequences in the teaching of mathematics is highlighted, according to the contexts and specific needs of the students, this analysis being essential for them to achieve significant learning.

**Key words:** Dynamic sequences, Information technologies, variational thinking, logical thinking, problem solving

## **Introducción**

Una mirada histórica de las matemáticas como una ciencia social, la ubican como aquella área que hace parte de la cultura universal, la cual se ve inmersa en todas las áreas de estudio que, al mismo tiempo, resalta la importancia en el dominio del espacio y del tiempo, la organización y optimización de recursos, formas y proporciones, la capacidad de previsión y control de la incertidumbre o el manejo de la tecnología digital, así como el papel que juega en cada una de las personas que a diario la viven y experimentan sin que se den cuenta. En tal sentido, se puede decir



que parte importante de la esencia del pensamiento matemático consiste en establecer conexiones entre distintos fragmentos del conocimiento (MEN, 2006, p.56).

Así, el presente artículo describirá en un primer momento autores que han trabajado sobre la importancia y el cómo desarrollar, de manera adecuada el pensamiento variacional para la solución de problemas de la vida cotidiana desde la correcta formulación y ejecución de didácticas en el campo de las matemáticas.

## Contenido

### Importancia del pensamiento matemático

De este modo, la importancia de desarrollar el pensamiento matemático radica en la posibilidad que este brinda para fortalecer los procesos cognitivos en la toma acertada de decisiones para solucionar problemas objetivos. Por lo tanto, el proceso dinámico basado en la comprensión y desarrollo de ideas desde las matemáticas es importante en el diseño de tres aspectos fundamentales: abordaje, ataque y revisión, ligado a los estados emocionales de los estudiantes y su forma de ver el mundo (Mason, Burton & Stacey, 1985).

Así, la relación del sujeto con el medio, desde esta perspectiva, vislumbra un proceso de interiorización de métodos inductivos y deductivos que fomentan la investigación en los estudiantes, potenciando el análisis crítico reflexivo. Varios son los aportes académicos dados por diferentes autores con respecto a los procesos de reflexión generados por el proceso de formación desde el área de la matemática. Por un lado, la reflexión se basa en la identificación y creación del pensamiento autónomo. Por otro lado, se comprende como una estructura clara de resolución de problemas y, por último, establece la importancia que tienen las matemáticas en la cotidianidad de los individuos para llevar a cabo determinadas tareas (Cantoral, Farfán, Cordero, Alanís, Rodríguez y Garza, 2015).

Es así como ya habiendo definido la importancia que tiene el estudio y la aprehensión de las matemáticas, no solo en la estructura del pensamiento académico y científico sino en la cotidianidad de los sujetos, es necesario desarrollar el pensamiento lógico-matemático. Tall (2009) señala que este proceso se puede desarrollar en tres fases desde características propias intrínsecas del ser humano, que se evidencian de igual manera en diversas y diferentes especies. El primero de ellos es el **reconocimiento**, característica que permite identificar similitudes y diferencias—a partir de



las matemáticas, el reconocimiento propicia la construcción de realidades cada vez más objetivas, matizando la subjetividad de los individuos al relacionarse con el contexto y los fenómenos que se presenta en dicha relación-. La segunda fase se determina por la **repetición**, que hace parte de manera transversal en la construcción del conocimiento a nivel matemático, dichos elementos repetitivos constituyen una unidad de operación, es decir, que acciones como observar, dibujar, diagramar, contar, entre otras, son en sí ejes de construcción y transmisión del conocimiento. El último eje resalta la importancia del lenguaje como mecanismo o herramienta por excelencia para materializar los dos ejes expuestos anteriormente.

Finalmente, el proceso que afianza y fortalece el pensamiento matemático, expuesto anteriormente, puede ser aprovechado y nutrido desde la apropiación de este conocimiento en la resolución de problemas bajo métodos investigativos, que direccionen, la metacognición: “[...] formas más estructuradas de la geometría, aritmética, álgebra, cálculo, y para algunos expertos en las matemáticas más formales la lógica y la prueba matemática. Todas ellas implican pensar en objetos, operaciones en los objetos y sus propiedades” (Tall, 2009, p. 7).

### **El Pensamiento variacional y su aplicabilidad**

Con respecto a este concepto, cabe afirmar que ha sido una respuesta de carácter metodológico y epistemológico. En ese orden de ideas, la visión utilitaria de la matemática debe brindar un enfoque diferente de la aprensión cultural de los contenidos matemáticos. De este modo, podría señalarse que:

El pensamiento variacional puede describirse, aproximadamente, como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas, de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes, en los subprocesos recortados de la realidad (Vasco, 2002, p.63)

Siguiendo con las posturas de Vasco (2002), podría afirmarse que la estructura del pensamiento variacional está determinada en un primer momento por la **captación**, es decir, por identificar aquellas situaciones que varían (variables) y las otras que se mantienen (constantes), al relacionarse con contextos y fenómenos específicos, ejemplos claros son: el movimiento parabólico, caída libre, cambios de temperatura, entre otros. Un segundo momento se define por la **producción de modelos mentales** que en el análisis, comprensión y estructura correlacional de la interacción entre las distintas variables represente desde aproximaciones



los fenómenos presentes. El tercer momento, se relaciona de manera directa con la **validación** de dichos modelos, es decir, está enfocada en caracterizar, categorizar y evaluar los resultados obtenidos.

En el contexto colombiano, la formación en competencias–principios que determinan el actuar educativo–en el área de conocimiento de las matemáticas, según el Ministerio de Educación Nacional, se refiere a lo siguiente:

El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que las rigen, para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Cuando se reconoce en qué se parecen o se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, es cuando se desarrolla la capacidad para establecer en qué consiste la repetición de un mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula (MEN, 2002, p.66).

Entonces, comprender el pensamiento variacional, desde una exploración que permita ubicarlo en un contexto específico y las diferentes expresiones del sistema variacional, es el que Castiblanco y Acosta (2004) proponen al relacionar este pensamiento con el **numérico** desde tablas; el **geométrico** como las gráficas cartesianas; el **pensamiento algebraico** desde las expresiones y ecuaciones y el **estadístico** por medio del tratamiento de datos y regresiones. De este modo, los autores ya mencionados resaltan la importancia de la construcción del pensamiento variacional desde otras corrientes y sistemas.

### **Interpretaciones de sistemas de variación desde estudios cualitativos**

Las variaciones de las situaciones de cambio se presentan normalmente por magnitudes en un momento específico, la identificación de dichas magnitudes y sus comportamientos invitan al investigador o al estudiante a comprenderlas. De allí que, el acercamiento cualitativo para comprender dichos fenómenos tenga como principal criterio de abordaje la escritura y la observación. De esta manera, el estudio cualitativo de magnitudes propuestas del pensamiento variacional está compuesto por la **escritura**; así, el lenguaje escrito debe potenciar la aprehensión del conocimiento por medio de una escritura común, que fomente en los estudiantes una clara interpretación de las variables y del fenómeno expuesto transcribiéndolo desde su configuración cognitiva.



Por otro lado, se encuentra las manifestaciones **pictóricas**; la comprensión propia de los fenómenos variacionales es en sí una muestra grafica de este. Es así, que una de las formas más aconsejadas para generar el pensamiento variacional está ligada directamente con las representaciones gráficas que se hagan de estos. Por último, los **modelos físicos** se presentan en los procesos de formación en la matemática como un método didáctico de enseñanza; característica propia de los métodos cualitativos, así que, al recrear una situación de cambio desde modelos físicos como las maquetas, esta se puede considerar como una acción pedagógica encaminada a generar aprendizaje significativo.

### **Interpretaciones de sistemas de variación desde estudios cuantitativos**

La matemática como área del conocimiento está relacionada de manera directa con los estudios de carácter cuantitativo, debido a la naturaleza de los fenómenos que ella permite comprender y abordar. De esta manera, son varias las formas de representación cuantitativas que se pueden articular para fomentar el pensamiento variacional. Castiblanco y Acosta (2004) señalan que la primera de ellas consiste en las **representaciones geométricas**, basadas primordialmente en las representaciones de longitudes de segmentos. Así, la magnitud hace parte del comportamiento algebraico y de continuidad. Estos acercamientos al estudio de las situaciones de variación y cambio son posibles de modelarse en programas de geometría analítica. En ese orden de ideas, las **representaciones tabulares** aparecen cuando es posible producir diferentes magnitudes involucradas en la situación de cambio, la identificación de patrones puede ser condensada bajo métodos algebraicos que involucren y se ajusten a los datos obtenidos. Por otro lado, las **representaciones algebraicas** son el resultado de la regularidad de patrones que agrupan cierta información. Igualmente, las **representaciones gráficas** están determinadas por las relaciones de las coordenadas, estas expresan las magnitudes que resultan de las expresiones algebraicas: “lectura de una gráfica, una tabla, una fórmula, etc., en términos cualitativos describiendo, la forma en que una variable se comporta con respecto a otra y explicando la relación que existe entre las diferentes formas de representación” (Castiblanco y Acosta , 2004, p. 20 y 21).

### **La Tecnología como herramienta de apoyo didáctico**

La implementación de herramientas tecnológicas en el desarrollo del pensamiento variacional está ligada directamente con los procesos de modelación matemática de situaciones reales. Así, dichas tecnologías afianzan el proceso de explicación e interpretación de fenómenos. Por ello, el papel de la tecnología en el campo educativo del área de formación en



competencias matemáticas abre una nueva visión para enseñar y aprender las matemáticas aplicadas: “Asumir el reto de incorporar la tecnología en el aula conduce a los docentes a profundizar en sus conocimientos matemáticos y a cuestionar su práctica educativa” (MEN, 2002, p. 17).

### **Herramientas y estrategias que fortalecen la didáctica en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas**

El cambio del paradigma moderno de la educación en los procesos de formación en el área de matemáticas constituye una mirada transformadora en el desarrollo de estrategias didácticas para el desarrollo de los cursos. Por un lado, programas de geometría dinámica se han convertido en aquellas herramientas recomendadas para potenciar el pensamiento variacional, algunos software como GeoGebra, Cabri Geometre, Cabri Plus y Regla y Compás propician la aprehensión y resolución de problemas reales desde modelos matemáticos.

Por otro lado, el MEN (2013) estructuró la secuencia didáctica como una herramienta que, desde la visión investigadora del docente, le permita integrar el modelo matemático necesario según las capacidades y necesidades de un grupo curso específico. Estas a su vez tienen como finalidad apoyar al docente en sus procesos de enseñanza desarrollando problemas de aplicación que permitan la indagación para llegar a su respectiva solución (método inductivo).

Es así como estas secuencias didácticas de matemáticas establecen las competencias comunicativas como un componente transversal, necesario para la construcción y perfeccionamiento de las competencias matemáticas. Todas estas realidades son posibles si se organiza y si facilitan diálogos en el aula, estimulando el compartir y validar conocimientos para lograr comprensiones. De esta manera, las secuencias didácticas dan a los estudiantes la oportunidad de expresarse en sus propias palabras, de escribir sus propias opiniones, hipótesis y conclusiones, a través de un proceso colaborativo y libre que les aumenta la confianza en sí mismos y su autonomía como aprendices (MEN, 2013, p.9).

Por último, las estrategias didácticas se pueden definir como las acciones planificadas de los docentes para que los estudiantes logren aprendizaje, dentro de los objetivos planteados en el plan de estudio. En palabras de Velasco y Mosquera (2010) una estrategia didáctica es, de manera estricta, un procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta claramente establecida. Evidentemente, es una invitación a que los docentes retoquen y dirijan sus procedimientos al perfeccionamiento de las estrategias de enseñanza, desde la identificación cristalina del contexto al que debe orientar el proceso de formación.



## Metodología

Como se ha definido anteriormente de manera teórica, el pensamiento variacional aunque tienen características propias ligadas directamente al estudio cuantitativo de fenómenos, a la vez aplica métodos cualitativos. En ese orden de ideas, el estudio metodológico del presente artículo agrupa estas dos tipologías metodológicas, es decir, que la investigación tiene un corte mixto (cuali-cuantitativo). De esta manera, se configura una mejor forma de abordar el fenómeno por estudiar comprendiendo diferentes variables.

Partiendo de la caracterización, las investigaciones de carácter mixto pueden ser desarrolladas desde los siguientes modelos de métodos: la triangulación, el diseño de complementariedad, diseño explicativo y diseño exploratorio. Según la naturaleza de la investigación realizada, se determinó que el método más viable para abordar la investigación es el diseño de complementariedad, ya que le permitió al investigador tener en cuenta diferentes niveles de análisis del mismo fenómeno.

### Recolección de información primaria

Para el desarrollo de la presente investigación, la recolección y el tratamiento de la investigación o la validación de los instrumentos diagnósticos se realizó desde la observación directa y la aplicación de dichos instrumentos en el desarrollo de las clases de quinto grado de las Instituciones Educativas Diego Torres, del municipio de Turmequé de la sede de Teguanequé, y Escuela Rural.

### Contexto

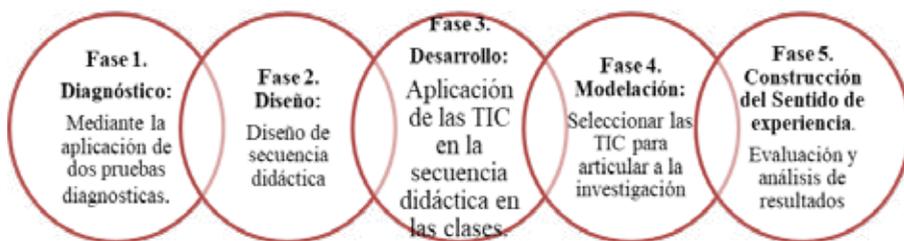
La **población** para tener en cuenta para desarrollar la investigación la conforman los estudiantes de grado quinto de las Instituciones Educativas Diego Torres, del municipio de Turmequé de la sede de Teguanequé, y Escuela Rural Tronados, adscrita al colegio Valentín García del municipio Labranzagrande en Boyacá. La información demográfica señala que las edades de los estudiantes oscilan entre los 11 y 13 años, los estratos socio económicos 1-2, definidos culturalmente por un conjunto de principios, creencias y convicciones profundas con respecto a cómo debemos actuar, estableciendo como base la realidad y lo que se debe o no se debe hacer, que en su construcción histórica se denota el abandono del aparato estatal. La **muestra** se determinó por medio del uso probabilístico por conveniencia. De modo que la muestra fue definida por seis (6) niños y cinco (5) niñas, en la IE Diego Torres sede Teguanequé, cuyas edades oscilan entre los 9 y 11 años del grado quinto. Con respecto a la IE Valentín García, sede San



Tronador, la muestra abordó a cinco (5) niños y cinco (5) niñas, cuyos rangos de edad son idénticos a los de la primera muestra. Con respecto a la **unidad de análisis** cabe decir que está descrita en la Figura 1.

**Figura 1**

*Fases del desarrollo de la investigación.*



*Fuente* de elaboración: Propia

El diseño de las fases descritas en la Figura 1 busca generar una propuesta que aborde de manera clara y estratégica el bajo rendimiento de los estudiantes de las Instituciones Educativas descritas anteriormente en los grados quinto en el área de matemáticas; con el fin de articular un currículo flexible, dirigido a la formación integral de los sujetos, potenciando la formación en competencias que fomente la toma de decisiones de los educandos en la resolución de problemas de la vida diaria.

## Resultados y Discusión

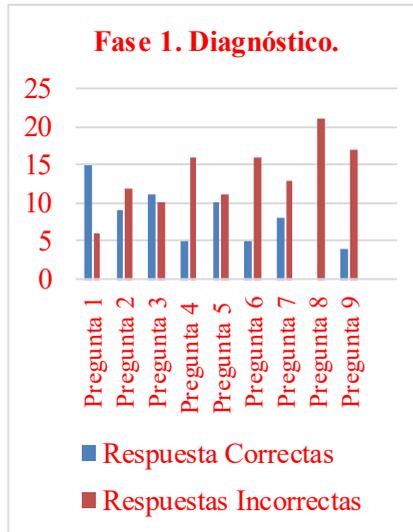
### Análisis y resultados

En este punto, y siguiendo las fases determinadas para la investigación, se buscó por medio de preguntas identificar o diagnosticar de manera cuantitativa y cualitativa los procesos llevados por la muestra seleccionada con relación al pensamiento variacional. Así, la primera fase diagnóstica se determinó por la exposición de ocho preguntas desde el pensamiento variacional, las cuales tendrían que haberse abordado desde el análisis de situaciones de cambio dirigidas a las dos Instituciones Educativas, precisamente, la figura 2 describe los resultados obtenidos:



## Figura 2

### Fase 1. Diagnóstico



*Fuente* de elaboración: propia.

La pregunta 1 de la fase diagnóstica: Leonor, Santiago y María son hermanos. Leonor tiene 25 años, Santiago tiene 35 años y María tiene 17 años. ¿Cuál es el orden de los hermanos de menor a mayor? Es evidente que el 71 % de la muestra total respondió correctamente esta pregunta en las dos Instituciones Educativas seleccionadas para la muestra. De esta manera, los estudiantes dejan en evidencia el buen análisis realizado para la resolución del problema en cuanto a la identificación del orden de los números naturales y el orden de las relaciones numéricas dadas de mayor a menor.

Por su parte, la pregunta 2 muestra que un 42% de los estudiantes tiene clara la proporción de cambio desde la identificación de imágenes, no reconocen entre varios elementos el que no cumple o comparte determinada característica, adicional a lo anterior.

Dos de los estudiantes que respondieron incorrectamente la prueba ordenaron la secuencia de manera inversa al crecimiento del pollo. Por su parte, el 58% de los estudiantes contestó de manera correcta, señalando que esta cantidad porcentual es puesta en mayor grado por los estudiantes de la Institución Educativa Valentín García. De este modo, es notorio que en la Institución Educativa del municipio de Labranzagrande más del 50% de los educandos infiere la respuesta con base en lo que observan en su contexto.



Con respecto a la pregunta tres, el 52 % de los estudiantes contestó de manera correcta, de este modo la mitad de los estudiantes comprende las secuencias metodológicas y el orden de cómo aumentan y varían dichas figuras del problema planteado. El 48% restante presenta dificultades en seguir la secuencia y el patrón que aumenta en representaciones gráficas, es por esto por lo que no encontraron la figura que debía ocupar la cuarta posición de la imagen 2 y, por ende, no indicaron la respuesta correcta.

En cuanto a la pregunta 4, cabe señalar que el 23% de los estudiantes interpreta los datos representados en la gráfica. Así mismo, los estudiantes siguen los modelos presentados anteriormente en la secuencia. Igualmente, traducen e interpretan las relaciones numéricas gráfica y simbólicamente, mientras que el 77% de los estudiantes no analizan la relación de dependencia en el gráfico.

Siguiendo en el análisis de la investigación realizada, la pregunta 5 muestra que el 47 % de los estudiantes establece una propiedad o relación, como también que se tiene en cuenta las ilustraciones y las variables dadas, lo que demuestra que los estudiantes reconocen las relaciones de cambio. Al respecto, es claro que la pregunta se enfoca desde una perspectiva gráfica en la que las imágenes representan animales de la cotidianidad de los estudiantes. De esa manera, el 53% de los estudiantes contestó esta pregunta de manera incorrecta, lo que evidenció que los educandos no interpretan propiedades ni relaciones expresadas gráficamente, ni predicen el patrón de cambio en secuencias en este caso gráficas.

La pregunta 6 muestra que el 23% de los estudiantes identifica de forma correcta los bloques reconociendo que cumplen o comparten características, establece relaciones de dependencia entre variables e identifica el número de elementos de un conjunto y le asigna un valor. Por otra parte, 60% de los educandos presenta confusión frente a la pregunta al no interpretar las propiedades y ni la relación que guarda el bloque con la torre de la figura.

De igual modo, la pregunta 7 indica que el 38% de los estudiantes resuelve problemas aditivos rutinarios de comparación, combinación, igualación e interpreta las condiciones necesarias para la solución de la pregunta. A la vez, los educandos ordenan secuencias numéricas de acuerdo con las relaciones mayor que, menor que, e igual que. El 62% restante de la muestra de los estudiantes no establece relaciones de orden mayor que, menor que; además, no reconoce entre las cantidades la que no cumple o comparte determinada característica.

La pregunta 8 deja en clara evidencia que el 100% de los estudiantes encuestados de los estudiantes no interpreta la información descrita en la tabla, se equivoca en el análisis realizado a la serie de Fibonacci. Se



concluye que es la primera vez que se enfrentan con este tipo de ejercicios y esto pudo afectar el análisis y, por ende, la respuesta a la pregunta.

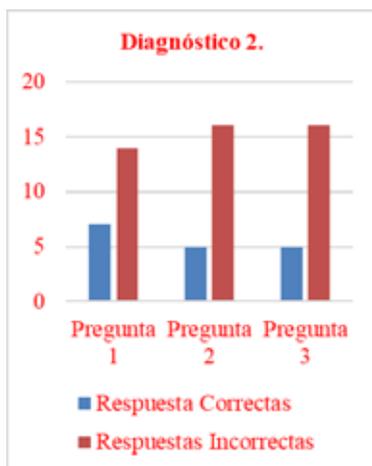
El 19% de los estudiantes contestó de manera correcta la pregunta 9, es decir, que este porcentaje de estudiantes muestran un claro análisis e interpretación en la relación de dependencia entre las variables, la explican y comparan de acuerdo con la posición dada en la gráfica, como también reconocen que el valor numérico cambia cuando aumenta o disminuye las variables. El 81% restante no acertó en la respuesta, lo que permite ver que ellos no establecen relación entre dos o más variables, lo anterior deja ver que no hay una interpretación adecuada a la pregunta.

## Fase 2. Diagnóstico

Dicha prueba diagnóstica está enfocada en reconocer las proporciones de cambio y las nociones que tienen los estudiantes de este. En ese orden de ideas, en la figura 3, se muestran las gráficas de secuencia de este ejercicio.

### Figura 3.

#### Fase 1. Diagnóstico 2



*Fuente* de Elaboración: propia.

La pregunta 1 estaba orientada a que el educando reconozca qué, cómo y cuánto. De acuerdo con los resultados obtenidos en la pregunta 1 de la fase de diagnóstico 2, cambia una situación problemática o fenómeno. Por lo anterior, el 33% de los estudiantes ha desarrollado la competencia argumentativa, ya que realiza explicaciones o justificaciones a las situaciones problemáticas planteadas, el 77% restante de los estudiantes no comprende el enunciado de la pregunta, es decir, no se está dando el aprendizaje frente a la situación propuesta.



La pregunta 2 hace referencia al análisis matemático propio del pensamiento variacional, en ese orden de ideas, solo el 23% de los estudiantes encontró los valores de las frutas propuestas en el ejercicio. ellos realizaron descripciones, representaciones y modelaciones en la situación planteada y a la vez hicieron notaciones simbólicas para crear, expresar y representar sus ideas matemáticas. Al restante 77% se le dificulta efectuar cálculos y trabajar sobre números desconocidos para dar respuesta a los problemas.

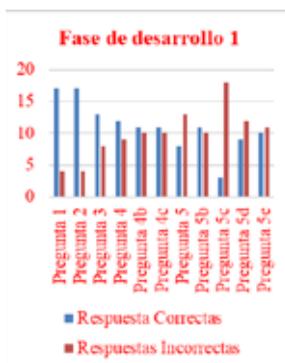
Por último, la pregunta 3 muestra como resultado que el 77% de los encuestados no logró identificar, colorear ni reconocer las secuencias numéricas que están en el triángulo de Pascal y mucho menos describir las características que ellas representan, el 23% restante de los educandos resuelve problemas aditivos de transformación, comparación, combinación e igualación.

## Fase 2. Desarrollo

La presente fase tenía como objetivo identificar como los patrones de comportamiento numérico y gráficos a partir de una situación de contexto. Así, se plantearon once preguntas las cuales son representadas gráficamente en la Figura 4.

### Figura 4

#### Fase 2. Desarrollo 1



Fuente y Elaboración propia.

Abordando de este modo las preguntas desde su finalidad, se puede afirmar que la pregunta 1; los educandos realizaron una buena lectura e interpretación de la misma, es por esto que el 100% de los estudiantes dio su punto de vista de la situación, el 81% de los estudiantes proveyeron respuestas coherentes a lo expuesto en el problema. Estos educandos llegan a concluir que: 1. La tala indiscriminada de árboles acabó con la naturaleza de la región, logrando así identificar qué factores influyen en el cambio de los seres vivos de su entorno. 2. Lo que se busca del problema



es darle solución al daño ambiental causado por habitantes de la vereda y el cuidado de un cerdo. 3. Que la solución al problema ambiental de la vereda es sembrar árboles silvestres a las orillas de los ríos y por toda la región. Por otra parte, mencionan que para el cuidado de los animales pueden hablar con algunos padres de familia que tengan conocimiento en cuanto a la alimentación de los cerdos y de otros animales.

Para la pregunta 2, al igual que la primera el 81% de los estudiantes dio una respuesta coherente a las preguntas y afirmó que lo más importante sería el cuidado, la alimentación y el cariño diario que se le debe dar a los animales y a las plantas. También, mencionaron que si no sembramos árboles y solo talamos, se acabaría el agua, el oxígeno y no tendríamos qué comer, porque se acabarían las frutas y los alimentos. Además, expresaron varias estrategias que le pueden servir a la familia Pérez para la crianza de los cerdos y del vivero, una de las respuestas es que le tenga el alimento adecuado, bastante agua para los cerdos y tener aseados la cochera y el vivero, para así obtener buenas ganancias para su familia.

Por otro lado, la pregunta 3 muestra que el 61 % de los estudiantes de los estudiantes interpreta la pregunta deduciendo que se pueden hacer combinaciones con los materiales cambiando la ubicación de un material al que le asignan un número para no confundirse, es decir, se está resolviendo situaciones de comparación y transformación. El 39% de los estudiantes no logró interpretar qué se repetía y por qué se repetía, puesto que no tenían conocimiento de que era la guadua y la caña brava, ya que en su municipio no existen ese tipo de plantas.

Mientras en la pregunta 4 se describe que el 57% de los estudiantes justifica que para obtener el peso del cerdo en la semana 6 se debe sumar el patrón encontrado al analizar las semanas 3, 4 y 5 descritas en la tabla, a la vez, este debe ser sumado con la semana 5. Es de tener en cuenta que, para esta justificación, los niños interpretan las condiciones dadas para solucionar el problema aditivo. Igualmente, identifican el patrón en la secuencia numérica, el 43% del total de la muestra, deja en evidencia que no hace el ejercicio porque no le es posible realizar operaciones básicas con números decimales. Así mismo, completaron la tabla de peso en kg, diseñada por Andrés de una forma equivocada, puesto que no tuvieron en cuenta el patrón de crecimiento que ganaba el cerdo semana tras semana.

La pregunta 4b estuvo enfocada para que los estudiantes encontrarán patrones de engorde de los cerdos en Kg. El 57% de los estudiantes de los educandos identifica el patrón en la secuencia numérica, justifica su respuesta usando ejemplos, describe e interpreta los datos relativos a la situación problema igualmente traduce la información presentada en la



tabla e interpreta la información proveniente de situaciones prácticas (contexto). Así mismo, resuelve la pregunta utilizando los datos inmersos en las semanas 3, 4 y 5 deduciendo el patrón de engorde del animal.

La pregunta 4c mostró un patrón de respuesta igual a la anterior pregunta. Así, el 57% de los estudiantes de los estudiantes hace inferencias a partir del dato proporcionado en la semana 5 y del número de días que tiene una semana, conjetura y argumenta sobre qué operación podrá proporcionar el dato que se pide en la pregunta. Al mismo tiempo, los alumnos describen e interpretan propiedades y relaciones de los números y sus operaciones, para finalmente identificar cuándo un número es múltiplo o divisor de otro. En sentido contrario, el 47% de los estudiantes no logró dar una respuesta coherente a la situación planteada, ya que no entendieron el juego de palabras que estaban inmersas en la pregunta.

Por otro lado, la pregunta 5, la cual buscaba que los estudiantes encontrarán un patrón de peso vivo en kg de los cerdos, mostró como resultados que el 38% de los estudiantes traduce y explica relaciones numéricas expresadas gráfica y simbólicamente, aunado a esto reconoce y predice el patrón numérico en la secuencia gráfica. Además, lee e interpreta la información registrada en el diagrama de barras presentado. Por el contrario, el 62% de la muestra total de los estudiantes no logra hacer una lectura interpretativa de la gráfica en su sentido global.

A su vez, la pregunta 5b, buscó que los estudiantes encontrarán un posible patrón de consumo diario en kg de cerdo. Así, el 57% de los estudiantes interpreta y utiliza la información expresada en la gráfica para solucionar un problema aditivo. Además, identifica y expresa verbal y/o gráficamente el patrón de variación de la secuencia. Por otro lado, el 43% de los estudiantes no logró hacer una lectura interpretativa de la gráfica en su sentido global.

La pregunta 5c deja en evidencia una situación para analizar detalladamente, ya que tan solo el 86% del total de la muestra no pudo exponer lo sucedido con el consumo de alimento diario de cerdo, cuando su peso vivo (en kg) estaba entre 50 kg a 90 kg, debido a que no logran hacer una lectura interpretativa de la gráfica en su sentido global. Esta pregunta fue diseñada para que el educando analice las relaciones de covariación existentes en la situación problemática. Es por esto que no reconoce qué, cómo y cuánto cambia el consumo diario de alimento del cerdo entre 50 a 90 kg, presentada en la tabla, solo el 14% restante lee, traduce, describe e interpreta datos relativos a la situación del contexto representada gráficamente (diagrama de barras) e implementa otro tipo de herramientas.



Por otro lado, en la pregunta 5d, dirigida a que los estudiantes realizaran una tabla de valores de la gráfica de consumo de alimento frente al peso vivo de los cerdos, el 42% de los estudiantes establece relaciones de orden en los datos suministrados, reconoce y usa las relaciones de cambio (proporcionalidad directa e inversa) para construir la tabla de variación indicada en la situación problema. El 58% de los estudiantes realiza la tabla con base en la gráfica, pero no traduce adecuadamente la información presentada, probablemente la información mostrada en la gráfica de barras al haber sido manipulada y trazada a mano alzada por los estudiantes para el análisis de otras preguntas perdió su diseño y confiabilidad.

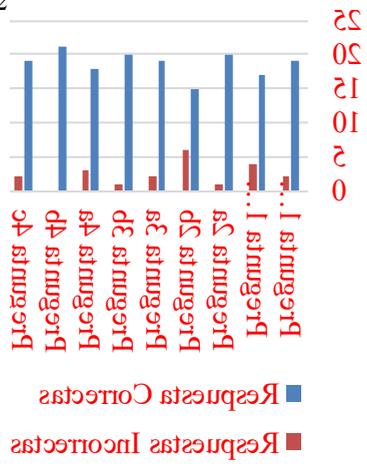
Por último, la pregunta 5e, buscaba que el estudiante al observar el diagrama cartesiano pueda inferir el peso vivo del cerdo en intervalos de tiempo definidos por el problema. En ese orden de ideas, el 47% de los estudiantes a pesar de llegar de manera satisfactoria a la respuesta del ejercicio, no logró realizar un buen análisis matemático del problema plantado. Así mismo, el 53% de los estudiantes no reconoce que, cómo y cuánto cambia el peso vivo del cerdo en los intervalos solicitados en el ejercicio.

### Fase 2. Desarrollo 2.

El diseño de esta fase buscaba identificar los patrones de análisis de los estudiantes en cuanto a comportamientos numéricos, gráficos, cálculo numérico, organización de información y elaboración de tablas, para ello se elaboró un formulario con doce preguntas, repuestas que están condensadas en la Figura 5.

**Figura 5**

*Fase dos, desarrollo 2*



Fuente y elaboración el autor.



Con respecto a la pregunta 1 planteada en esta fase, la cual buscaba que los estudiantes realizaran cálculos numéricos que les permitieran identificar en qué meses se consume más alimento y en que meses menos, se obtuvo que el 90% de los estudiantes realizó una buena interpretación del problema planteado y logró efectuar la división de números fraccionarios que representaba la cantidad de alimento consumido por la cerda durante los ocho meses, lo que ayudó a identificar qué cantidad representada era de menor o mayor consumo de harina, a su vez consideraran que sí hubo variación en el gramaje del alimento. De igual manera el 10% de los estudiantes tuvo problemas al operar de manera adecuada números fraccionarios.

Con respecto a la pregunta 1 en sus segmentos c y d, que buscaba que los estudiantes realizaran análisis variacional con respecto al gramaje de alimento justificando su respuesta y consideren si faltó alimento o no, se obtuvo como resultados que el 80% de los estudiantes realizó cálculos numéricos, organizó la información dada en tabla de forma secuencial (de menor a mayor) y luego la analizó e interpretó, logrando así obtener una respuesta correcta y bien argumentada. Por otra parte, al 20 % de los estudiantes se les dificulta realizar operaciones con números fraccionarios y reconocer su valor posicional en la recta numérica.

Secuencialmente, la pregunta 2a buscaba el análisis de gráficas por medio de la interpretación de posiciones de triángulos justificando su respuesta. Acá se evidenció que el 95% de los estudiantes representó gráficamente la posición 6 del problema planteado.

Con respecto a la pregunta 2b, que tenía como objetivo que los estudiantes identificaran desde la geometría un área a partir de una situación específica, se identificó que el 71% de los estudiantes siguió el orden de la figura. Luego, los estudiantes construyeron las gráficas de la secuencia e interpretaron cómo se construía un área específica determinando el número de triángulos.

Consecutivamente en la pregunta 3a, que buscó que los estudiantes determinaran un área específica desde una secuencia triangular dada, se obtuvo que el 90% de los estudiantes realizó la construcción de la secuencia de los 14 triángulos.

Partiendo de la pregunta anterior, se diseñó el cuestionamiento 3b, el cual tenía como objetivo que los estudiantes completaran la secuencia y describieran el procedimiento realizado. De este modo, el 95% de los estudiantes halló los patrones numéricos (5, 7, 9) que estaban en el problema planteado, demostrando comprender el concepto de secuencia.



El diseño de la pregunta 4a, tenía como objetivo identificar el análisis numérico realizado por los estudiantes planteando una pregunta especial. Al respecto, se evidenció que el 85% de los estudiantes comprende el problema y aplica habilidades procedimentales para identificar y expresar el patrón diario de alimentación de los cerdos, para el presente caso justifican sus repuestas aduciendo qué es un patrón numérico, lo expresan y saben que debe seguir un orden guiado.

Así mismo, se diseñó la pregunta 4b, la cual tenía como objetivo completar tablas desde secuencias numéricas. De este modo, el 100% de los estudiantes logró reconocer el qué, el cómo y el cuándo cambia un sistema en las situaciones problémicas.

La pregunta 4c, hace referencia de manera directa al pensamiento variacional desde la formulación de una pregunta específica, en ese sentido, el 90% de los estudiantes logró encontrar las 6 posibles combinaciones existentes.

Con respecto a la pregunta de evaluación, se podría afirmar que lo que buscaba era generar un proceso de autoevaluación en el que ellos identificaran lo aprendido, de esta forma, el 95% de los estudiantes señaló que aprendieron, en palabras del docente, a aplicar los conceptos de medidas de longitud y volumen, teniendo presentes los datos registrados a las visitas al jardín y a la cochera, para así encontrar los posibles patrones de crecimiento en centímetros tanto del cerdo y de los árboles plantados en la escuela.

### **Fase de cierre**

En esta fase se buscó describir los avances o limitantes vigentes tras haber ejecutado las sesiones anteriores. De esta manera, la fase se diseña desde dos segmentos: la primera de ellas desde dos preguntas donde se evidenció que los estudiantes lograron describir e interpretar variaciones de dependencia entre cantidades y las representa por medio de gráficas, las cuales son cuantificadas y expuestas en la figura 6.



**Figura 6.**

*Fase de cierre 1*



Fuente y elaboración el autor.

Con respecto a la pregunta 1a y b, que buscaba identificar el pensamiento variacional de los estudiantes, se evidenció que el 95% de los estudiantes aplicó los conceptos de medidas de longitud y volumen, a su vez realizó cálculos matemáticos con los datos registrados en las tablas que se encuentra en su cuaderno de apuntes.

El 95% de los estudiantes, con respecto a la pregunta 1c y d que buscaba diseñar modelos de patrones numéricos, logró realizar un buen análisis de la situación planteada acerca de ayudar a la Familia Pérez, igualmente, desarrolló cálculos y procedimientos matemáticos para darle solución, logrando así encontrar la variación y covariación de los datos existentes en las tablas que tenían registradas en su cuaderno de apuntes, para luego plasmar los posibles patrones de crecimiento tanto del árbol, como del peso y longitud de la cerda lola para este caso en específico.

### **Fase cierre 2.**

La primera pregunta de este segmento tuvo como finalidad articular las TIC, partiendo de la construcción de tablas desde valores dados y modelar patrones numéricos. La Figura 7 muestra que el 100% de los estudiantes realizó representaciones y/o modelaciones en Excel y GeoGebra con los datos recolectados.



## Figura 7

### Fase cierre 2



Fuente y elaboración el autor

## Conclusiones

El diseño de una secuencia didáctica en el área de matemáticas se ha convertido en una respuesta integral y práctica para generar procesos de formación acordes a las necesidades de los estudiantes, especialmente de esa región de Boyacá (Colombia), aplicando recursos que orienten la obtención de logros para potenciar la solución de problemas de la cotidianidad.

Asu vez, los elementos de juicio cercanos al contexto inmediato de los estudiantes facilitan la comprensión y aprehensión de conocimientos matemáticos, articulando desde la didáctica a los estudiantes a un currículo flexible, que tenga en cuenta sus presaberes, basándose principalmente en los conceptos lógicos matemáticos de los educandos al relacionar de manera directa el aprendizaje con objetos y situaciones que se presentan en la vida cotidiana. Esto genera un entorno de aprendizaje propicio a los intereses del estudiante porque se siente identificado, logra saber hasta dónde puede aprender, reconoce sus errores y sus aciertos.

De igual manera, la búsqueda de resultados es constante en el área de matemáticas, pero se debe entender que si no se contextualizan los saberes



podría ocurrir que la vida adquiriera otra variante de los resultados en la que al iniciar había falencias en pensamiento variacional, cuantificador, para finalmente cerrar con el de tipo geométrico.

Profundizando en la óptima articulación de las secuencias didácticas a nivel educativo, se puede inferir que:

La mayoría de los estudiantes desarrolló la capacidad de deducir una expresión que permitiera calcular el valor.

Los educandos reconocieron el concepto de función asociado al cambio de una magnitud con respecto a otra. Igualmente, se pudo observar que al resolver las situaciones planteadas en los diferentes talleres, los niños interpretaron los procesos asociados al cambio, variación y generalización.

Se evidenció que los conocimientos previos en los estudiantes fueron de gran ayuda a la hora de abordar las diferentes situaciones de aprendizaje, con las cuales se contribuyó al desarrollo del pensamiento variacional.

Se observó que los educandos llegaron a un nivel de generalización elemental a través de las situaciones de contexto empleadas en las actividades, es así como identifican la variación y el cambio que se genera durante las secuencias, identificando patrones geométricos y numéricos y relacionando cantidades de acuerdo con lo planteado en cada actividad.

La estrategia didáctica que se empleó es adecuada a la edad y contexto de los educandos, destacándose que para muchos de ellos resultó útil la experiencia si se tiene en cuenta que el pensamiento variacional está presente en cada una de las actividades realizadas en su entorno.

En los resultados se observaba que a los estudiantes se les facilitaba identificar patrones numéricos que incluyen procesos a través de dobles. Adicional a esto, prefirieron utilizar cantidades pequeñas (1, 2, 3, 4) durante las actividades porque les permiten operar más fácilmente.



## Referencias

- CANTORAL, R.; FARFÁN, R.; CORDERO, F.; ALANÍS, J.; RODRÍGUEZ, R Y GARZA, A.(2005). Desarrollo del pensamiento matemático. México: Trillas
- CARTER, K. (1990). Teachers' knowledge and learning to teach. Handbook of research on  
TEACHER EDUCATION, VOLUME (O), PP. 291-310. Recuperado de: <http://www83.homepage.villanova.edu/richard.jacobs/EDU%208869/Carter.pdf>
- ESTRADA, A.; BATANERO, C Y FORTUNY, J. (2004). Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación. Educación Matemática, volumen (16), pp. 89-111. Recuperado de: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40516104>
- HERNÁNDEZ, R.; FERNÁNDEZ., C Y BAPTISTA, P. (2010). Metodología de la investigación. México: McGrawn W – Hill
- MAYÉN, S. (2009). Comprensión de las medidas de tendencia central en estudiantes mexicanos (Tesis doctoral) España: Universidad de Granada
- MEN. (2002). Formación de Docentes Sobre el Uso de Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas. Bogotá, Colombia: Enlace Editores LTDA.
- MEN. (2006). Ministerio de Educación Nacional. Recuperado de: [https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)
- MEN. (2013). Secuencias Didácticas en matemáticas para educación básica primaria. Recuperado de [https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-329722\\_archivo\\_pdf\\_matematicas\\_primaria.pdf](https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-329722_archivo_pdf_matematicas_primaria.pdf)
- STAKE, R. (1998). Investigación con estudio de casos. Barcelona, España: Ediciones Morata.
- TALL, D. (2009). El Desarrollo del Pensamiento Matemático: Resolución de Problemas. Recuperado el 01 de 06 de 2019, de The University of Warwick: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html>
- TALL, D. (2013). La Evolución de la Tecnología y las Matemáticas del Cambio y Variación. Recuperado el 02 de 06 de 2019, de The University of Warwick: <http://homepages.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/downloads.html>



VASCO, C. E. (2002). El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. 61-70. Bogotá, Colombia: Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/10178/1/Vasco2002El.pdf>

VELASCO Y MOSQUERA. (2010). Recuperado de: [http://acreditacion.udistrital.edu.co/flexibilidad/estrategias\\_didacticas\\_aprendizaje\\_colaborativo.pdf](http://acreditacion.udistrital.edu.co/flexibilidad/estrategias_didacticas_aprendizaje_colaborativo.pdf)

