



IMPLICACIONES DEL USO DE MATERIALES CONCRETOS PARA EL ESTUDIO DE POLIEDROS ARQUIMEDIANOS

IMPLICATIONS OF THE USE OF CONCRETE MATERIALS FOR THE STUDY OF ARCHIMEDEAN POLYHEDRON

Gladys Eliana Niño Yanquen¹

Recepción: 24 Noviembre de 2022
Aceptación: 20 Diciembre de 2022
Artículo de investigación

Resumen

En este trabajo se presentan los resultados parciales de un proyecto de investigación desarrollado con estudiantes de grado octavo y enfocado en determinar las implicaciones que el uso de materiales concretos puede dar a la comprensión y caracterización de los sólidos arquimedianos. El proyecto se llevó a cabo bajo los parámetros de la ingeniería didáctica como metodología de la investigación y se trabajó en cuatro diferentes fases, a través de las cuales, se analizó el manejo que dieron los estudiantes a conceptos matemáticos como arista, cara, volumen, vértice, área superficial entre otros. De igual manera se analiza las implicaciones del plan de área en el proyecto y evolución escolar de los estudiantes.

Palabras Claves: Sólidos Arquimedianos, ingeniería didáctica, enseñanza de la geometría

¹ Licenciada en Matemáticas, Estudiante de Maestría en Educación. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja Boyacá. E-mail: eliny.2806@gmail.com



Abstract

This paper presents the partial results of a research project developed with eighth grade students and focused on determining the implications that the use of concrete materials can give to the understanding and characterization of Archimedean solids. The project was carried out under the parameters of didactic engineering as a research methodology and work was carried out in four different phases, through which the management given by students to mathematical concepts such as edge, face, volume, vertex, surface area among others, was analyzed. In the same way, the implications of the area plan in the project and school evolution of the students are analyzed.

Keywords: Archimedean Solids, didactic engineering, geometry teaching

Introducción

En el quehacer pedagógico y en la educación actual el docente se ve enfrentado a diferentes retos que exigen de su parte la búsqueda de alternativas para alcanzar las expectativas que se tienen de una clase, uno de estos retos, en el área de matemáticas, ha sido involucrar la geometría como parte fundamental del currículo y darle la relevancia que se ha buscado por varios años.

De igual manera, en el aula se ve la necesidad de implementar estrategias que le permitan al estudiante vivir el aprendizaje como un proceso dinámico, al alcance de todos y como parte fundamental de su diario vivir, procurando que cada concepto trabajado sea significativo y de utilidad; a partir de esto, se abordará el estudio geométrico de los sólidos arquimedianos a partir del uso de diferentes técnicas y materiales para su construcción y caracterización, buscando siempre el uso y utilidad de estos en contextos reales.

De acuerdo con Rivas:

El aprendizaje significativo constituye una forma de aprendizaje consistente en activar experiencias y conocimientos previos con los que se relaciona e integra el nuevo conocimiento, en un proceso que implica atribución de significado o comprensión de conceptos. El aprendiz puede mostrar el resultado de este tipo de aprendizaje con las mismas palabras, con otras expresiones verbales, con acciones gráficas, con operaciones de discriminación, solución de problemas (2008. p.28).



A partir de esta problemática surge la siguiente pregunta de investigación ¿de qué manera el uso de diferentes técnicas y materiales para la construcción y caracterización de los sólidos arquimedianos, influye en los estudiantes de grado octavo para lograr un mejor aprendizaje de estos?; para dar respuesta a esta pregunta de investigación se tiene como objetivo general determinar la implicación que tiene el uso de diferentes materiales para analizar las propiedades geométricas y el uso de los sólidos arquimedianos a través de su construcción y representación.

Marco Teórico

Enseñanza de la Geometría

A lo largo de la historia de la humanidad, la geometría se ha visto inmersa en el entorno, algunos ejemplos de ello son la naturaleza, los diferentes diseños y estructuras que han contribuido a los avances científicos, tecnológicos e incluso sociales; de otro lado, encontramos importante el uso de la geometría en la moda, la medicina, la química, la topografía, la arquitectura, el arte, la ingeniería e incluso en la música; de esta manera, y con el mar de aplicaciones que encontramos alrededor, se esperaría una mayor importancia en la enseñanza de la misma, sin embargo, a la hora de establecer la generalización de aquellos contenidos que se deben enseñar a nivel de colegio, el tema se hace un poco más complejo; de acuerdo con Alsina et al:

En la enseñanza obligatoria de la geometría hay que fijar unos objetivos mínimos en función de los cuales deben programarse las actividades. En un aprendizaje dinámico de la geometría, por sus relaciones con las otras materias y con las propias disciplinas de la matemática, es muy difícil macar unos objetivos precisos para un período corto: los conceptos deben aparecer y reaparecer, traducirse en diversos lenguajes, tener representaciones plurales y solo por esta vía cabe esperar una consolidación conceptual (1989.p.17).

Ahora bien, es importante recordar que problemas relacionados con áreas y volúmenes dieron cabida a la geometría empírica, la cual se ha logrado involucrar, a lo largo de la historia, como contenido fundamental de enseñanza, ya sea de carácter arquitectónico o artístico. El uso de la geometría en las diferentes culturas y el aporte que han hecho de esta ha demostrado que, como rama de las matemáticas, es una de las que posee mayor aplicabilidad. De esta manera se esperaría que los diferentes currículos la incluyeran, dándole la importancia y relevancia necesaria;



sin embargo, y teniendo en cuenta las reformas curriculares que tuvo la matemática en los años 50 y 60 en Colombia, se eliminó la geometría como curso paralelo al álgebra, lo cual trajo como consecuencia que los temas geométricos quedasen relegados a las últimas unidades del contenido escolar (Universidad Industrial de Santander [UIS], s.f.), o que se trabaje acorde con la disposición del docente titular del área.

Así mismo, y al analizar algunos textos de matemáticas de nivel escolar, y planes de área de algunas instituciones, la geometría se encuentra ubicada en las últimas unidades; con un contenido muy limitado para cada nivel, es por esto que, al finalizar el año escolar, es frecuente que las temáticas propuestas quede sin desarrollarse, que no haya continuidad en las temáticas y que el hilo conductor se pierda de un grado a otro; a esta circunstancia se suma el escaso tiempo dedicado por parte de algunos docentes, como lo menciona Suárez y Ramírez (2011)

La geometría ha sido considerada fundamental en la formación de las personas, por ello se la ha incorporado en los programas curriculares de todos los países, pero, en la práctica, siempre ha estado relegada a la disposición de tiempo del maestro, tal vez, por el desconocimiento de estrategias efectivas que garanticen ambientes propicios para el aprendizaje (p.31).

Todas estas situaciones exigen que el docente tome conciencia al respecto de las implicaciones que tiene su papel como uno de los actores principales en el proceso de formación escolar, que busque estrategias para favorecer su labor y contribuyan de la mejor manera a cumplir con las expectativas que tienen los estudiantes. Es importante reconocer que se ha dejado de lado el trabajo geométrico por dar mayor importancia al algebraico e incluso aritmético; y hace necesario dar solución a esta problemática para tener un verdadero cambio y avance en la educación.

Sólidos Arquimedianos

Surgen a partir de los sólidos platónicos o sólidos regulares, de acuerdo con la historia, fueron mencionados por primera vez por Arquímedes, de quien reciben su nombre, de acuerdo con Boyer (1986/1987), en su libro *History of Mathematic* “sabemos con seguridad que no todas las obras de Arquímedes han sobrevivido porque en un comentario tardío (debido a Pappus) se nos dice que Arquímedes descubrió todos los 13 posibles sólidos llamados semirregulares” (p.181).

Arquímedes contempló la posibilidad de mantener la regularidad en las caras de los sólidos, modificando sus ángulos; de esta manera, y al truncar

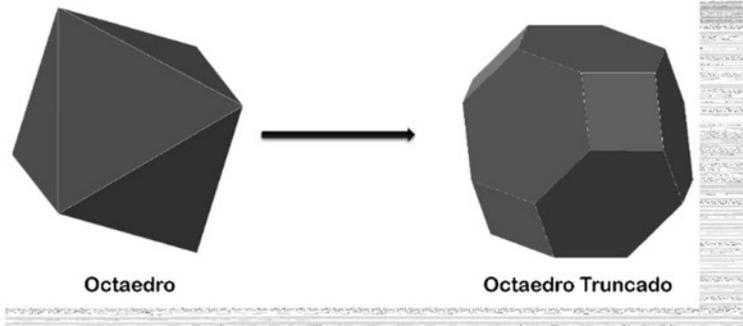


(cortar) las puntas de los sólidos platónicos, generan un nuevo grupo de poliedros con características geométricas muy especiales, y los cuales tendrían variada utilidad en la historia del ser humano.

En las gráficas que se muestran a continuación se presenta la relación directa que guardan los sólidos arquimedianos con cada uno de los sólidos platónicos. Estas fueron realizadas tomando como base las ilustraciones del software *PolyPro*.

Al truncar el tetraedro se origina el tetraedro truncado. (ver figura 1)

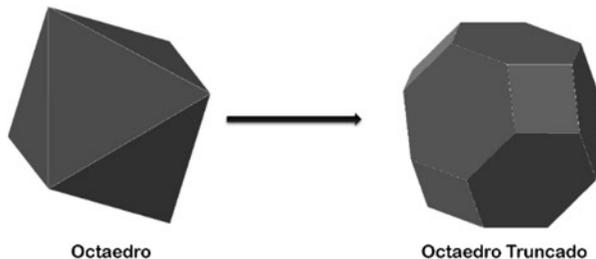
Figura 1: Tetraedro truncado



Fuente: elaboración propia con imágenes tomadas de *PolyPro*

De diferentes truncamientos que se hacen al cubo se da origen a los siguientes poliedros arquimedianos: cubo truncado, cuboctaedro, rombicuboctaedro, cuboctaedro doblemente truncado y el gran rombicuboctaedro. (ver figura 2)

Figura 2. Sólidos arquimedianos que surgen del cubo

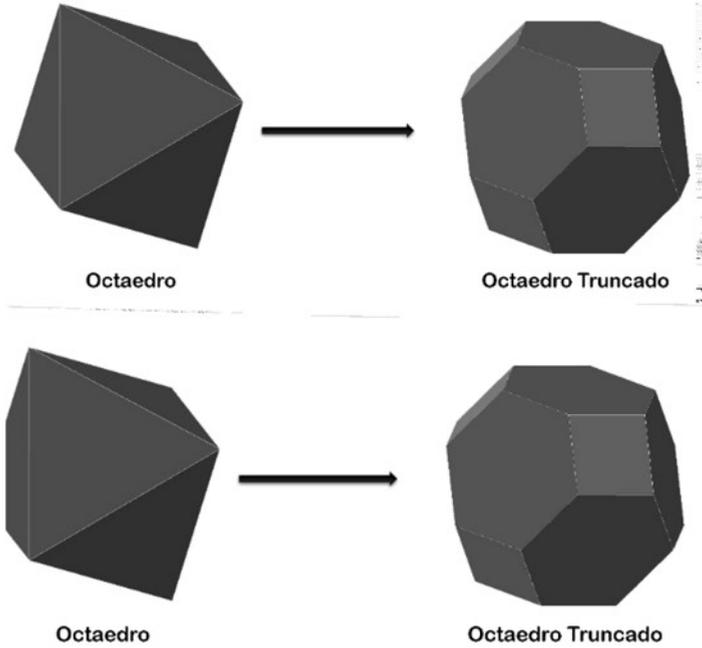


Fuente: elaboración propia con imágenes tomadas de *PolyPro*



Al truncar el octaedro y el icosaedro se originan el octaedro y el icosaedro truncados. (ver figura 3)

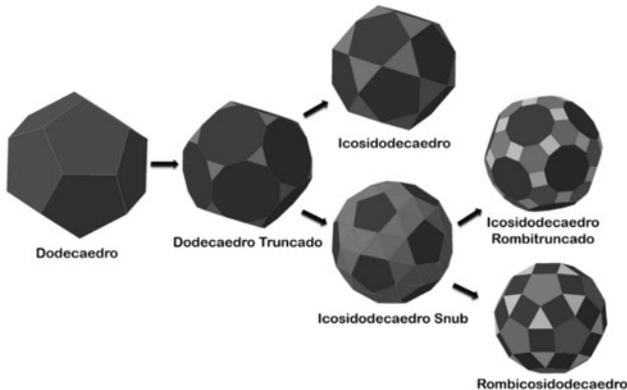
Figura 3: Sólidos arquimedianos que surgen del icosaedro y octaedro



Fuente: elaboración propia con imágenes tomadas de PolyPro

Finalmente, con diferentes truncamientos del dodecaedro se originan: dodecaedro truncado, icosidodecaedro, dodecaedro doblemente truncado, icosidodecaedro rombitruncado y el rombicoidodecaedro. (ver figura 4)

Figura 4: Sólidos arquimedianos que surgen del dodecaedro



Fuente: elaboración propia con imágenes tomadas de PolyPro



Como se puede analizar en las gráficas, al realizar cortes regulares en las puntas de los sólidos platónicos se generan nuevas caras regulares entre sí; los sólidos arquimedianos poseen entre dos y tres figuras regulares que forman sus caras. La base de color azul rey corresponde al sólido platónico, las caras rojas y azul marino son las que surgen con el corte.

Los sólidos Arquimedianos han sido de gran aplicación y utilidad desde hace miles de años en estructuras arquitectónicas debido a la estabilidad que brindan las caras que lo conforman, actualmente los *glampin* son un ejemplo de esto.

Metodología

Teniendo en cuenta que el presente proyecto se llevó cabo de forma experimental dentro del aula de clase y con la intención de realizar un análisis a priori y a posteriori del nivel de comprensión y aprendizaje de los estudiantes, éste se enmarca en la investigación cualitativa bajo el enfoque de la ingeniería didáctica, como metodología de investigación, que de acuerdo con Artigue, Douady y Moreno “se caracteriza en primer lugar por un esquema experimental basado en las realizaciones didácticas en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza” (1995, p.36)

A partir de ésta se desarrollaron las siguientes fases: 1: Análisis preliminar. En esta fase se hizo la revisión y análisis del plan de área de cuatro instituciones educativas del sector oficial y una institución del sector privado, para determinar la intensidad horaria, los contenidos temáticos y la programación en torno a la geometría.

2: Análisis a priori. En esta fase se implementó un taller diagnóstico que permitió evidenciar el conocimiento que tenían los estudiantes de grado octavo acerca de los sólidos, su construcción y características geométricas.

3: Experimentación. Se aplicó una secuencia didáctica dividida en tres partes, en cada una de ellas se hizo uso de una técnica diferente para la construcción de los sólidos y un taller de análisis de las características geométricas.

4: Análisis a posteriori. Se implementó un taller en el cual se analizaron las características geométricas de algunos sólidos arquimedianos.



Resultados

Análisis Preliminar:

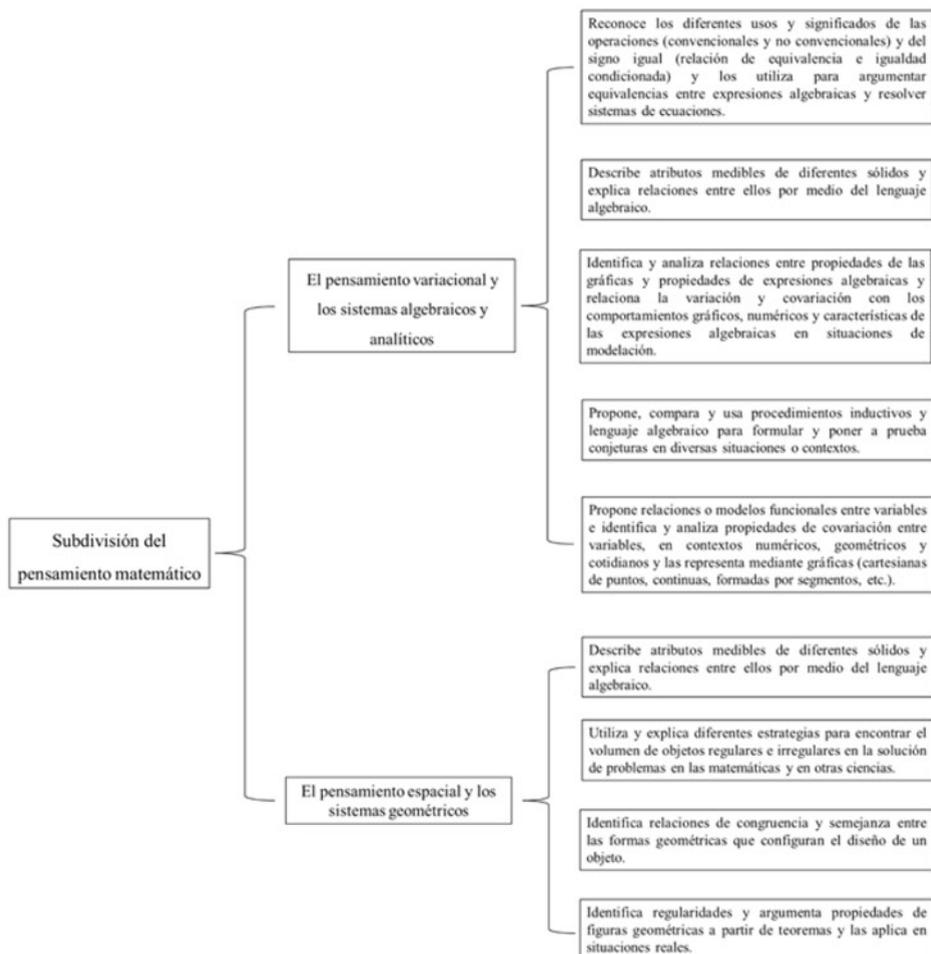
Se ha podido evidenciar que, en las cinco instituciones (cuatro del sector oficial y una del sector privado) el área de matemáticas tiene una intensidad horaria en promedio de cuatro horas, de las cuales aproximadamente tres son dedicadas a la parte algebraica y una a la estadística y la geometría, de igual manera se evidencia, de acuerdo con el plan de área, que la geometría se trabaja en el último período y los contenidos se reducen a un mínimo comparado con lo esperado acorde con los DBA y los Estándares Básicos de Competencias.

Al analizar los contenidos o ejes temáticos que se desarrollan a lo largo del curso, es notoria la importancia que se da al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; en diálogo con los docentes del área, se justifica esta distribución basados en la importancia- según ellos- que implican las temáticas de grado octavo para un buen desarrollo de grado noveno. Situaciones como esta son las que limitan al estudiante, en clase de matemáticas, a trabajar el pensamiento matemático que determine el área o el docente titular. Por otro lado, analizando los doce Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA) establecidos para grado octavo, se encuentra que cinco de ellos se relacionan al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos; cuatro hacen referencia al pensamiento espacial y los sistemas geométricos (como se muestra en la figura 5); de igual manera, en los Estándares Básicos de Competencias se evidencian los contenidos mínimos que debe alcanzar un estudiante al finalizar grado noveno (como se muestra en la tabla 1).

Con estos dos documentos se hace evidente que la estructura de los planes de área queda insuficiente en contenido, además de la falta de conexión entre los diferentes tipos de pensamiento, teniendo en cuenta que uno de los contextos que se pueden dar al álgebra es justamente el geométrico, se podría aprovechar esos espacios para implementar los contenidos y conectarlos durante todo el curso.



Figura 5: Derechos básicos de Aprendizaje grado octavo



Fuente: elaboración propia basado en los DBA

Con los estándares que se han establecido se evidencia que el reconocimiento, construcción y caracterización de los sólidos está establecido como contenido mínimo para estudiantes de grado octavo; sin embargo, la realidad en las aulas es diferente, al hablar de sólidos lo usual es hacer representaciones netamente gráficas; en general, se da mayor importancia a los contenidos algebraicos y se relegan los geométricos.

De igual manera en los DBA se establecen como contenidos para grado octavo el trabajo con los sólidos y su respectiva construcción, así mismo, dentro de las evidencias de aprendizaje se sugiere el uso de materiales concretos para su elaboración. “Las matemáticas, como las otras ciencias y las otras artes, no pueden permanecer ancladas en un pasado con



regusto a pizarra y tiza. Y ahora más que nunca nuevos materiales vienen a posibilitar nuevos horizontes” (1991, p.14)

Tabla 1 Estándares básicos de competencias en matemáticas

Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas Octavo a Noveno		
Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos	Pensamiento Métrico y Sistemas de Medidas	Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos
<ul style="list-style-type: none"> •Conjeturo y verifico propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales y entre objetos tridimensionales en la solución de problemas. •Reconozco y contrasto propiedades y relaciones geométricas utilizadas en demostración de teoremas básicos (Pitágoras y Tales). •Aplico y justifico criterios de congruencias y semejanza entre triángulos en la resolución y formulación de problemas. •Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas. 	<ul style="list-style-type: none"> •Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos. •Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados. •Justifico la pertinencia de utilizar unidades de medida estandarizadas en situaciones tomadas de distintas ciencias. 	<ul style="list-style-type: none"> •Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. •Construyo expresiones algebraicas equivalentes a una expresión algebraica dada. • Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas. • Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas. • Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales. • Analizo los procesos infinitos que subyacen en las notaciones decimales. •Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación. • Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan. •Analizo en representaciones gráficas cartesianas los comportamientos de cambio de funciones específicas pertenecientes a familias de funciones polinómicas, racionales, exponenciales y logarítmicas.

Fuente: Elaboración propia, basada en los estándares básicos del MEN

Análisis a Priori.

Con la implementación del taller diagnóstico se observó que los estudiantes presentaron dificultad en diferenciar y reconocer elementos geométricos tales como aristas, vértices, lados; así mismo al relacionar un sólido con su desarrollo plano. Por otro lado, se encontró que el concepto de cara presenta mayor claridad, y se pudo evidenciar que para los alumnos el concepto de ángulo interno y externo en un sólido es más difícil de visualizar, teniendo en cuenta que este concepto lo han trabajado, en su mayoría, en figuras planas. De acuerdo con Ubrate y Pochulo

Muy a menudo observamos que los aprendizajes de la Geometría escolar se basan, casi exclusivamente, en estudios de hechos elementales sobre figuras simples –relacionados principalmente al cálculo de áreas y volúmenes, memorización de definiciones y propiedades– y realización de construcciones sencillas de tipo mecanicista y completamente descontextualizada (2008, p. 11).



Experimentación

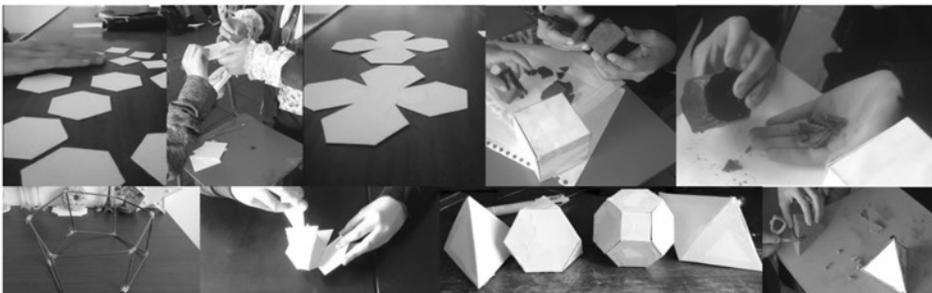
Con la implementación de la secuencia didáctica el estudiante tuvo la posibilidad de emplear diferentes materiales como pitillos, palillos, plastilina, jabón, oasis (espuma floral), cartón paja, alambre dulce y los softwares *Geogebra* y *PolyPro* para la construcción y caracterización de los siguientes sólidos: tetraedro, cuboctaedro, cubo truncado, icosaedro truncado, tetraedro truncado e icosidodecaedro. Con esta actividad se percibió que el uso del troquelado permite al estudiante interiorizar y afianzar el concepto de cara; el uso de los palillos les permitió comprender mejor el concepto de aristas; el uso de la plastilina para unir los palillos les ayudó a reconocer los vértices; y el uso del jabón y el oasis contribuyeron a visualizar el surgimiento de un sólido a partir de otro. De acuerdo con Guillen

Una buena manera de comenzar a hacer algo con cualquier material es hacer construcciones sin fijar previamente ningún objetivo concreto. Si a unos alumnos se les proporciona el material que hemos llamado troquelados y se les deja hacer lo que quieran, al cabo de un rato nos encontraremos con un montón de poliedros sobre las mesas (1991, p. 14).

Ahora bien, el uso de *PolyPro* les dio la oportunidad de relacionar una figura plana con la formación de un sólido, y *Geogebra* les permitió conectar los tres elementos, aristas, caras y vértices, ya que la construcción de los sólidos partió de estos tres elementos.

En la figura 6 se puede evidenciar parte del trabajo realizado por los estudiantes y el cual arrojó resultados satisfactorios para la investigación.

Figura 6: Trabajo de estudiantes grado octavo



Fuente: Fotografía de autoría propia



Análisis a posteriori:

Al finalizar la secuencia, se propuso y desarrolló un taller final, con el que los estudiantes demostraron un mejor dominio de las características de un sólido; de igual manera, relacionaron con mayor asertividad la plantilla con su representación tridimensional. La comprensión de conceptos como área superficial y volumen dejaron de ser tan abstractos para los estudiantes y empezaron a ser observables y de aplicación en todo el entorno. Surgió el interés por hacer más modificaciones a los sólidos y encontrar características que los hicieran de mayor utilidad; en algunos grupos este interés nació cuando truncaron los sólidos platónicos dispuestos en el jabón; en otros grupos surgió al hacer uso del software *Geogebra*, y con los troquelados se evidenció la construcción de sólidos diferentes a los platónicos y los arquimedianos.

Conclusiones

Uno de los objetivos específicos de la investigación consistía en indagar y analizar los planes de área de diferentes instituciones, buscando similitudes entre ellos en pro de la formación de los estudiantes, por lo cual, y dentro de este se evidenció que la geometría se limitaba al uso de regla y compas para hacer representaciones bi y tridimensionales, a través de las cuales se esperaba la plena comprensión de conceptos como volumen y área; sin embargo, se limitaba la real comprensión de los mismos, pues se educa al estudiante para hacer uso de una fórmula para hallar un resultado, pero no se permite un aprendizaje real, como lo menciona Abrate et al, (2006)

Si el alumno no accede a una comprensión del significado de los términos y símbolos que usa el profesor de Matemática en clase, habrá una inevitable distorsión de los mensajes que emite el docente. Ya sea porque el alumno emplea un código distinto al empleado por el profesor, o porque el alumno no posee elementos en los que apoyarse para decodificar ese mensaje (p.122).

Es importante recalcar que si se brinda al estudiante la oportunidad de hacer uso de materiales concretos para representar diferentes sólidos se consolida la comprensión de conceptos que pueden llegar a ser muy abstractos al manejarse solo con lápiz y papel, pues según Abrate et al (2006) “la manipulación por parte de los alumnos de representaciones matemáticas les proporciona los medios para construir imágenes mentales de un objeto matemático, donde la riqueza de la imagen del objeto construido dependerá de las representaciones que se hayan utilizado”



(p.123). Si como docentes buscamos estrategias favorecedoras para el aprendizaje, los resultados que se obtengan al finalizar un curso, y al pasar de un nivel a otro, serán mucho más relevantes y notorios porque se permite al estudiante un aprendizaje real y no momentáneo.

Los estudiantes de grado octavo mostraron mayor agrado y desenvolvimiento en el desarrollo de las clases de geometría; se brindaron los espacios necesarios, con actividades de diferente naturaleza, pero enfocadas al mismo objetivo, lo cual permitió y abrió la puerta para explorar diferentes conceptos a través de actividades manuales y tecnológicas variadas, así mismo, les ayudó a tener mayor autonomía y compromiso con su aprendizaje, ya que la curiosidad por el “y que pasa si” les obligó a querer buscar respuestas y, por ende, indagar más allá del contenido que deseaba trabajar el docente. Se pasó de una geometría de pizarra a una geometría manual, logrando en los estudiantes mejores representaciones mentales de aquello que, en un primer momento, puede parecer abstracto. De acuerdo con las teorías de Van Hiele y Vinner, como lo menciona Abrate et al (2006)

Un estudiante comienza a construir la imagen mental de un concepto de una manera global, a partir de ejemplos concretos, sin realizar un análisis matemático de los elementos o propiedades del concepto, sino usando destrezas básicamente visuales. Por lo tanto, las ejemplificaciones presentadas en el momento que se abordó el tema juegan un papel fundamental, más que las definiciones verbales que las acompañan (p. 123).

Es imprescindible dar la posibilidad al estudiante de experimentar la construcción de diferentes sólidos y no limitarse solo a los regulares; el mundo de los poliedros es tan amplio, que dar una perspectiva de éste al estudiante, se constituye en una herramienta de gran apoyo, como lo menciona Alsina et al (1998)

Si aceptamos el principio de Pere Puig Adam de que «para nuestros alumnos de clases elementales lo concreto empieza por ser el mundo observable, lo que impresiona directamente sus sentidos, y al mismo tiempo el que los invita a actuar» entonces habremos de aceptar que el material puede jugar un papel esencial en el mundo de la enseñanza de la matemática (p. 13).

En general, cada docente está en la posibilidad de aportar significativamente a la formación del estudiante y a la educación en general; puede contribuir al cambio de modelo educativo en el que el docente enseña y el estudiante únicamente escucha; el docente tiene el pleno conocimiento y el estudiante



es una hoja en blanco, pero se necesita iniciativa, interés y amor por la labor, en este caso, específicamente, se pretendió abordar la enseñanza de un concepto de forma diferente, logrando resultados mucho más amplios de los esperados, y buscando así ser parte de los docentes que aplican la didáctica de la matemática en el aula, de acuerdo con D'Amore

La didáctica de la matemática (que para nosotros es un aspecto de la más general educación matemática) es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo. El aprendizaje se considera aquí como un conjunto de cambios de comportamientos que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento (o de una competencia) o de un conjunto de conocimientos (o de competencias), lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones. Estas condiciones deben poder ser puestas en acción y reproducidas intencionalmente (2008, p.4).

Referencias

- Abrate, R., Pochulu, M., y Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática: análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.
- Abrate, R., y Pochulu, M. (2008). *Diseño y resolución de problemas para la clase de geometría*. Córdoba: Universidad Nacional de Villa María.
- Alsina, C., C., Burgués, F., C. y Fortuny, A., J. (1989). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Editorial Síntesis. Madrid, España.
- Alsina, C., C., Burgués, F., C. & Fortuny, A., J. (1988). *Materiales para construir la Geometría*. Editorial Síntesis. Madrid, España.
- Alsina, À., y Domingo, M. (2010). *Idoneidad didáctica de un protocolo sociocultural de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas*. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 13(1), 7-32.
- Artigue, M. A., Douady, R. D., y Moreno, L. M. (1995). *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*. Grupo Editorial Iberoamérica. <http://funes.uniandes.edu.co/676/1/Artigueetal195.pdf>.
- Boyer, B. C., (1987) *History of Mathematics* [Historia de la matemática]. Madrid. Alianza Editorial. (Martínez, trad) John Wiley & Sons



- Clemens, S., R, O'Daffer, P., G. & Cooney, T., J., (1998). *Geometría*. Addison Wesley Longman. México.
- D'Amore B. (2008). *Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática). Vol. 17, N 1, 87-106.
- Guillen, S, G. (1991). *El mundo de los poliedros*. Editorial Síntesis. Madrid, España.
- Guillén, G. (2010). *¿Por qué usar los sólidos como contexto en la enseñanza/aprendizaje de la geometría?, ¿y en la investigación?* Investigación en educación matemática XIV (pp. 21-68). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Gattegno, C. (1967). *El material para la enseñanza de las matemáticas* (No. QA11. M373 1967.).
- Steen, L. A. (2008). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. Limusa.
- Meavilla, V. (s.f.) *Paseo histórico-geométrico por un cuadro italiano del siglo XV*. Universidad de Zaragoza. <https://docplayer.es/59858799-Paseo-historico-geometrico-por-un-cuadro-italiano-del-siglo-xv.html>
- Ministerio de Educación Nacional (MEN), (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Rico, L. (1997). *Los organizadores del currículo de matemáticas*.
- Rivas Navarro, M. (2008). *Procesos cognitivos y aprendizaje significativo*. Comunidad de Madrid. Consejería de Educación. Viceconsejería de Organización Educativa.
- Suárez S., P., y Ramírez Vanegas, G. (2011). *Exploración de sólidos a partir de sistemas de representación*. Praxis & Saber, 2(3), 27-60. https://revistas.uptc.edu.co/index.php/praxis_saber/article/view/1109
- Universidad Industrial de Santander (UIS) (s.f), *Hacia una didáctica de la geometría. Aportes y reflexiones*.
- Villarino, M. (2015) *On the archimedean or semiregular polyhedral*. Departamento de matemáticas, Universidad de Costa Rica.

Forma de citar este artículo: Niño Yanquen, G. (2022). Implicaciones del uso de materiales concretos para el estudio de Poliedros Arquimedianos, *Revista Voces y Realidades Educativas*, (9), pp.115-129.
