



ESTRATEGIAS MEDIADAS POR TIC PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO ESPACIAL Y LOS SISTEMAS GEOMÉTRICOS

STRATEGIES MEDIATED BY TIC TO DEVELOP THE SPATIAL
THINKING AND GEOMETRIC SYSTEMS

Publio Suárez Sotomonte¹
Amanda Cecilia Salamanca Bernal²
Alida Jaime Gonzále³

Recepción: 27/02/2018
Aceptación: 30/05/2018

Artículo de investigación.

Resumen

Este artículo surge como resultado de la reflexión de los resultados de la investigación “Pensamiento espacial y los sistemas geométricos mediados con TIC en los grados 4° y 5° del Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar en el municipio de Duitama”, el propósito es fortalecer y valorar el desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos (Vasco, 2001) con el uso de las TIC; el tema de la investigación se enmarcó dentro de la didáctica de la matemática, especialmente las estrategias pedagógicas mediadas por TIC; se adoptó el enfoque de investigación cualitativa, buscando la transformación de la realidad, con miras a producir conocimiento práctico en didáctica de la

- 1 Candidato a doctor en Ciencias de la Educación y Magíster en Educación, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Grupo de investigación Pirámide. Licenciado en matemáticas y física. publio.suarez@uptc.edu.co.
- 2 Estudiante maestría en Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Docente en propiedad de la Secretaría de Educación de Duitama en Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar. Licenciada en Ciencias de la Educación. amandasalamanca@yahoo.com.
- 3 Estudiante maestría en Educación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia (UPTC). Docente en propiedad de la Secretaría de Educación de Duitama en Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar. Especialista en Docencia Universitaria. alidajaime.gon@hotmail.com.



matemática en educación, basados en Godino, Font y Batanero, en el ámbito de la Educación Matemática.

A partir del diseño de la Investigación Acción (I-A) se planteó utilizar las herramientas y actividades virtuales en el aula para desarrollar y caracterizar la evolución el pensamiento espacial de los estudiantes (y profesores); los programas que se están utilizando son GEOGEBRA Y PAPERFOLDING donde se brinda la posibilidad de explorar los espacios 2D y 3D como propiedades de los objetos geométricos y su aplicación a la realidad circundante.

Se considera importante que los docentes mejoren en el uso de aplicaciones para aprender geometría que les permita desarrollar, implementar y evaluar ambientes de aprendizaje en donde los estudiantes exploren y manejen los diversos sistemas semióticos de representación que les permita construir los conceptos geométricos.

Palabras claves: Pensamiento espacial y sistemas geométricos, TIC, estrategias mediadas por TIC, representaciones semióticas.

Abstract

This paper arises as a result of the reflection of the results of the research “Spatial thinking and geometric systems mediated with ICT in grades 4 and 5 of Simón Bolívar Municipal Technical College in the municipality of Duitama”, the purpose is to strengthen and to evaluate the development of spatial thinking and geometric systems (Vasco, 2001) with the use of ICT; the subject of research was framed within the didactics of mathematics, especially pedagogical strategies mediated by ICT; we adopted the qualitative research approach, seeking the transformation of reality, with a view to producing practical knowledge in didactics of mathematics in education, based on Godino, Font and Batanero, in the field of Mathematics Education.

From the design of the Research Action (I-A) it was proposed to use the virtual tools and activities in the classroom to develop and characterize the evolution spatial thinking of students (and teachers); the programs that are being used are GEOGEBRA and PAPERFOLDING where the possibility of exploring the 2D and 3D spaces as properties of the geometric objects and their application to the surrounding reality is offered.

It is important that teachers improve their use of applications to learn geometry, because they can help them to develop, implement and evaluate learning environments in which students explore and manage the various semiotic representation systems that allow them to construct geometric concepts.

Key words: Spatial thinking and geometric systems, TIC, strategies mediated by TIC, semiotic representations.



Introducción

A partir de la síntesis de los enfoques constructivista y cognitivo de los programas de investigación en educación matemática (Font, V; 2002) se desarrolló la investigación de intervención en el aula para mejorar el aprendizaje de la geometría euclidiana de poliedros y polígonos de los estudiantes; se ha detectado su dificultad en el aprendizaje de sólidos, pues el docente y los programas institucionales prefieren trabajar la geometría plana y poco se enfatiza en las propiedades de los objetos geométricos en el espacio tridimensional a partir del entorno. Por ello se promueven actividades de exploración y manejo de sistemas de representación (Font, V; 2006) partiendo del espacio 3D, para posteriormente explorar las figuras de la geometría plana que permiten explorar los diversos sistemas semióticos de representación (Duval, R; 1996) que permiten construir conceptos geométricos (Godino, J; 2002). También se ha detectado dificultades en la competencia digital de los docentes (Font, V; 2006) al trabajar y diseñar ambientes virtuales de aprendizaje, y sobre su papel en el manejo de recursos digitales (Suarez, P; 2016) para explorar la geometría en el aula. Dentro de la problemática, el MEN (Pruebas Saber; 2016) manifiesta que en la competencia correspondiente a la representación de datos usando tablas y gráficas, los estudiantes no los interpretan adecuadamente.

Al proponer posibles soluciones a problemas geométricos no se realiza una interpretación cualitativa referente a situaciones del contexto escolar. Se presenta dificultades a la hora de predecir situaciones, resolver y formular preguntas que requieren el análisis de datos en el entorno próximo. Por otro lado, al realizar un análisis sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas relacionándolo con la lectoescritura, se evidencia el exiguo manejo del lenguaje matemático elemental que se expresa en la escasa comprensión lectora de las matemáticas y conlleva a deficiencias en la conceptualización y práctica de conceptos básicos de las operaciones matemáticas. Es por esto que la pregunta que orienta la investigación es: ¿de qué manera se promueve y evoluciona el desarrollo del pensamiento espacial y el trabajo con los sistemas geométricos mediados por las TIC con los estudiantes de grados 4 y 5? Para desarrollar el pensamiento matemático se deben realizar procesos complejos de particularización, conjeturación, generalización y argumentación, entre otros (Mason, J; 1989), donde el estudiante en un primer momento trabaja los sistemas



matemáticos explorando con operaciones comunes, cálculos y simples problemas propios de su contexto social; en una segunda instancia la conexión de conceptos, ideas y procedimientos matemáticos para elaborar modelos en la solución de problemas de la cotidianidad.

En el tercer momento se hace la reflexión con propósito de encontrar regularidades hacia la expresión de generalidad como solución de problemas más complejos, en donde el estudiante conceptualiza la situación; se presenta el reconocimiento y la extracción de las matemáticas contenidas en la situación para posteriormente argumentar y justificar la solución el lenguaje usual y matemático. Al diseñar, aplicar y valorar la investigación se pretende desarrollar y evaluar los procesos cognitivos de reconocimiento de formas y figuras y caracterizar sus propiedades, por medio de estrategias adecuadas que conlleven a la apropiación y desarrollo de competencias del pensamiento espacial; una vez exploradas y elaboradas las figuras con material real y uso de regla y compás se exploran los ambientes dinámicos proporcionados por las herramientas tecnológicas, con los estudiantes de básica primaria, para mejorar su proceso educativo y fortalecer el pensamiento espacial y el trabajo con sistemas geométricos.

El propósito de la investigación es fortalecer el desarrollo y evolución del pensamiento espacial y el trabajo con los sistemas geométricos, mediados con los ambientes de geometría dinámica, en el grado 4° y 5° del Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar - sede Jairo Aníbal Niño, a nivel institucional, involucrando estudiantes y docentes; inicialmente se identifican y caracterizan herramientas virtuales para aplicarlas, evaluarlas y analizarlas en la búsqueda de soluciones a las situaciones problemáticas planteadas, para luego, utilizar las herramientas y actividades virtuales, en este caso GeoGebra y PaperFolding. Como tercer objetivo se busca describir y construir sentido sobre el impacto de las actividades con el propósito de mejorar las prácticas de aula de docentes y estudiantes con miras a mejorar la calidad del aprendizaje de poliedros y polígonos.

Al realizar un recorrido por el estado del arte del tema de la investigación se encontraron trabajos interesantes como los liderados por Luis Moreno Armella (Moreno, A; 2003), Jim Kaput y David Tall, sobre los aspectos cognitivos del aprendizaje de la geometría en ambientes virtuales (MEN; 2002). Sobre la resolución de problemas con tecnología de Luz Manuel Sánchez Trigo de México, quien plantea situaciones problemáticas dentro



de la geometría, explorando los ambientes con tecnología digital (Santos, L; 2003). Respecto al diseño de programas de geometría dinámica se destaca el trabajo del grupo de investigación en Francia liderado por Collette Laborde, en donde se destaca los aspectos didácticos que deben tener para desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes, al paso obligado por la construcción de herramientas virtuales con regla y compás (Laborde, C; 1996). Trabajos más particulares se consultaron como el de la Universidad Complutense de Madrid, elaborada por Sordo (2005), “Estudio de estrategias didácticas basada en las nuevas tecnologías para la enseñanza de la geometría dinámica”. Otra tesis de Maestría en Educación de la Universidad Católica Sedes Sapientiae, realizada por Godofredo Cueva (2014) “Uso del software educativo PIPO en el aprendizaje de matemática en los estudiantes del quinto grado de primaria”, aporta elementos importantes en la dirección de esta investigación.

Referentes teóricos

Desde el enfoque socioepistemológico de la matemática educativa el término “pensamiento matemático” es considerado como las formas en que piensan las personas que se dedican profesionalmente a las matemáticas” (Cantoral, R & Otros; 2005, pág. 18). En el ámbito de la matemática elemental que se enseña en la educación básica, el pensamiento matemático se define como las habilidades y competencias que permiten resolver problemas y operaciones básicas, analizar información, hacer uso del pensamiento reflexivo y del conocimiento del mundo que nos rodea, para aplicarlo en la vida cotidiana. Cabe resaltar que la matemática en la escuela debe ser reconstruida según las condiciones del currículo para ser estudiada por las personas que forman parte de las instituciones educativas, esto se conoce como transposición didáctica, “para que la enseñanza de un determinado elemento de saber sea meramente posible, ese elemento deberá haber sufrido ciertas deformaciones que lo harán apto para ser enseñado” (Chevallard, 1985, p.166). Existe la perspectiva “que el pensamiento matemático es algo personal (...) y depende de la forma de enfrentarse a los problemas y reflexionar sobre la experiencia”. Para potenciar el pensamiento matemático en los estudiantes se debe partir de la autonomía del ser, el querer hacerlo, donde exista compromiso y perseverancia, que exista confianza en sí mismo, en la manera cómo afrontan los retos y la creación de ambientes favorables por el maestro, situaciones de desafío, de interrogantes y de reflexión, (p.159).



Desde los primeros años los niños pueden desarrollar una confianza en interrogar, desafiar y reflexionar, pero es necesario animarlos, y ayudarlos en esa labor. Su curiosidad necesita ser alimentada, su potencial investigador, estructurado y su confianza mantenida (...) dar a ellos la oportunidad de pensar, de articular sus propias preguntas, de desafiar conjeturas y de reflexionar en lo que se ha o no se ha conseguido. (p.162). En cuanto a las características del pensamiento matemático está inmerso en las sensaciones motrices que el niño experimenta a través de su vida, y que va desarrollando al enfrentarse a situaciones de aprendizaje, las ideas se van convirtiendo en conocimiento cuando se contrastan con otras nuevas y esto se presenta en la escolaridad. En sus primeras etapas los niños construyen globalmente el pensamiento, van conociendo su cuerpo, observan, exploran el entorno y va desarrollándose la comunicación. Cuando el niño ingresa a su etapa escolar y, desarrolla el pensamiento matemático, no solo trabaja la habilidad de pensar en números, sino que también activa la capacidad de entender conceptos, solucionar problemas, formular hipótesis, planificar, razonar, hacer relaciones, conjeturar y argumentar y construye conocimiento nuevo, según MEN (2006).

En el conocimiento matemático se distinguen dos tipos básicos: el conocimiento conceptual y el conocimiento procedimental. El primero está más cercano a la reflexión y se caracteriza por ser un conocimiento más teórico (...) por su parte el procedimental está más cercano a la acción y se relaciona con las técnicas y las estrategias para representar conceptos y para transformar dichas representaciones; con las habilidades y destrezas para elaborar, comparar y ejercitar algoritmos y para argumentar convincentemente. (p.50).

Se establece que el pensamiento espacial involucra procesos cognitivos que ayudan a construir y manipulan las representaciones mentales de los objetos, las relaciones, transformaciones en un espacio determinado y su representación material. Como lo expone Cattaneo & otros (2013).

La visualización espacial es una clase de competencia y no es simple de alcanzar, si no se ha accionado previamente con el material concreto, si no se ha estimulado para que la misma pueda darse (...) este proceso comienza, como dijimos en el mundo real, en el que se habita, en el que mira, se visualiza, se actúa. A partir de este mundo real se comienza a formar imágenes mentales con las que se opera y se construye saberes. En este mundo, también, hay que ubicarse, desplazarse. (p. 45-46).



Respecto al uso de la tecnología digital se destaca la incorporación de la geometría dinámica que revolucionó los sistemas semióticos de representación (Duval, R; 1999) y la posibilidad de modelar y simular situaciones problemáticas de contexto, para que el estudiante experimente y trabaje con las distintas formas de ver la geometría, “el abanico de actividades que se pueden proponer a los estudiantes para que trabajen con figuras o sobre ellas es supremamente amplio”, (Duval, R & Sáenz, A; 2017; pág. 17) La variedad de sistemas de representación para que los estudiantes expresen sus conceptos van desde el uso del lenguaje usual, los diversos tipos de gráficas y figuras, el lenguaje matemático y simbólico. Existen actualmente una gama de opciones para trabajar las actividades propuestas en geometría, de manera especial las representaciones en medio digital; al respecto se propone “tomando simplemente como criterios el tipo de operaciones sobre las formas dadas para ser vistas y la manera como las propiedades geométricas se movilizan se pueden distinguir cuatro maneras de ver; la del Botánico, el Agrimensor (geómetra), la del constructor e la del Inventor (artesano)”. (p.17). En el currículo la Institución se enfatizan las dos primeras formas de ver la geometría y esta investigación privilegia la tercera.

Metodología

La investigación es de carácter cualitativo, los resultados que se encontraron se basan en el acercamiento a la comunidad y unidad de análisis, a través de la recolección y análisis de datos, de manera descriptiva interpretativa, por su carácter social; se considera que los investigadores son los principales diseñadores de los instrumentos de recolección de datos e interacción constante con la realidad objeto de estudio; además de esto, el tipo de investigación cualitativa es flexible y se va concretando progresivamente. Argumenta Bogdan y Taylor (1994) “es inductiva, los investigadores desarrollan conceptos, intelecciones y comprensiones, partiendo de datos y no recogiendo los para evaluar modelos, hipótesis o teorías preconcebidas” (p.40). Este enfoque involucró a los docentes y estudiantes durante la investigación a participar activamente durante todo el proceso con el propósito de contribuir en la transformación y mejora de la realidad educativa; el objetivo principal de este tipo de investigación fue producir conocimiento y sistematizar las experiencias desde un punto de vista pragmático, con el propósito de cambiar una realidad institucional.



La unidad de análisis estuvo constituida por cincuenta y cuatro (54) niños y niñas de los grados 4° y 5° pertenecientes a la sede Jairo Aníbal Niño del Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar. Son estudiantes pertenecientes a los estratos 0, 1 y 2, provienen de familias disfuncionales, con variedad de problemas a nivel emocional y social.

La investigación se planificó en cuatro fases: *Fase de Diagnostico*, *Fase de Acción* y *Fase de Aplicación y valoración*, y *Fase de transformación*; la *Fase de Diagnostico* se efectuó en tres momentos: el primero se llevó a cabo por medio de una revisión de documentos con el fin de realizar el sustento teórico, el cual se desarrolló a través de un análisis de las pruebas saber, supérate y pruebas internas de la Institución; en el segundo momento se aplicó una encuesta a diez (10) docentes del colegio, que orientan la clase de matemáticas. En el último momento se utilizó la observación directa para identificar las falencias en el desarrollo del pensamiento espacial y el trabajo con los sistemas geométricos; por medio de esto, se vio la necesidad de buscar y caracterizar diferentes programas tecnológicos a través de una matriz de referencia.

La *Fase de Acción* tuvo en cuenta dos momentos: diseño de secuencias didácticas como una herramienta de planificación para introducir las TIC en la enseñanza de la geometría, se elaboraron teniendo en cuenta los estándares y derechos básicos de competencias. En el segundo momento, se aplicaron las secuencias con los estudiantes de los grados 4° y 5°; todo lo observado se plasmó en el diario de campo.

La tercera *Fase* de la investigación fue el describir e interpretar los resultados obtenidos con la intervención en el aula de las herramientas trabajadas durante el proceso y los significados que los niños de grado 4° y 5° tienen acerca del desarrollo de habilidades y competencias para su proceso educativo; en la última *Fase* se buscó analizar y mejorar las prácticas docentes a partir de la reflexión sobre ellas.

En la siguiente grafica se muestran las fases que sigue la investigación para desarrollar los objetivos planteados.

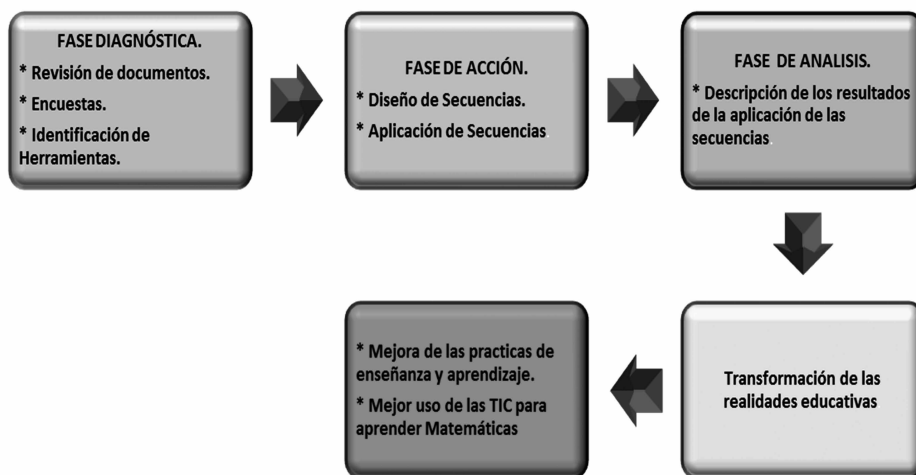


Figura 1. Fases de la investigación.

Resultados y análisis

Inicialmente se presenta el desarrollo de toda la Fase 1, producto de la investigación, respecto al diagnóstico; dentro de la *revisión de documentos* se hizo el análisis de los resultados de las pruebas externas y la valoración que realiza la Institución de las pruebas Saber 2015. A nivel de las pruebas PISA “en el 2012, la OCDE analizó el rendimiento de 510 mil estudiantes de 15 años (9.073 de ellos nacionales), en matemáticas, lenguaje y ciencia en 65 naciones. Los resultados de estas pruebas fueron publicados en diciembre de 2013 y Colombia ocupó el puesto 62, diez lugares menos con respecto a las pruebas del 2009” (El Tiempo, 2014, p.1), en la cual se evidencia el bajo nivel en el área de matemáticas por la comprensión y el manejo del lenguaje en el área. De igual forma, en las Pruebas Saber para grado 3° y 5° del Colegio Técnico Municipal Simón Bolívar, se detecta que su Índice Sintético de Calidad es de 4,9 y este se define como “una herramienta que nos permitirá medir nuestro trabajo para saber cómo estamos y cómo podemos mejorar” (MEN, 2016, p. 1). Al tener en cuenta las pruebas externas, se presentaron deficiencias en cuanto a las competencias matemáticas como en sus desempeños de comunicación, representación, modelación, y sistemas geométricos. Es por ello importante, realizar proyectos que conlleven al mejoramiento de las competencias matemáticas e incluir herramientas digitales que la era tecnológica brinda para ayudar en la práctica pedagógica y en la prehensión del conocimiento.



La encuesta, se aplicó con el objetivo de conocer las percepciones de los docentes, en lo que se refiere a los significados y estrategias, utilizadas por estos, para desarrollar las competencias matemáticas, en cuanto al pensamiento espacial y los sistemas geométricos, buscando autoevaluar la práctica educativa e implementar acciones desde una manera reflexiva para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.

A la segunda pregunta sobre las actividades que responden los docentes para desarrollar competencias matemáticas, se encontró que la mayoría de ellos han venido implementando en su orden: ejercicio escritos, resolución de problemas y trabajo en equipo, lo que evidencia que la mayoría, prefieren el trabajo en el cuaderno a poder explorar material real y herramientas virtuales que son más llamativas para los educandos. Es por ello que el aprendizaje de las matemáticas requiere del desarrollo de procesos de análisis, síntesis y evaluación, que lleva a cabo la mente y que se expresan por medio de las operaciones mentales organizadas y coordinadas, mediante las cuales se procesa la información que se recibe y permite desarrollar las capacidades intelectuales, psicomotoras y socio-afectivas. Al pedir en la tercera pregunta que definieran el pensamiento matemático los docentes escribieron las siguientes concepciones.

Para enseñar matemáticas el maestro debe saber cómo evoluciona el pensamiento matemático en el alumno, cuando hace inducción, deducción y por medio de la experimentación realiza conjeturas (Mason, 1989); en el pensamiento espacial se contemplan los procesos cognitivos y la interacción del sujeto con el espacio, pero requiere el estudio de los espacios físicos, la ubicación y la percepción de la realidad. Este pensamiento se desarrolla para incrementar las habilidades mentales para la resolución de problemas de ubicación y orientación en el espacio, se debe priorizar la contemplación de figuras, símbolos, de hacer cosas; dibujar, construir y explorar el mundo circundante. En el aula la práctica docente se ha limitado a la transmisión de los contenidos geométricos, sin reconocer la importancia que tiene de guiar al alumno en el conocimiento del espacio que percibe y en formas de pensamiento propias de la geometría. Según Suarez & Ramírez (2011).

La geometría ha sido considerada fundamental en la formación de las personas, por ello se la ha incorporado en los programas curriculares de todos los países, pero, en la práctica, siempre ha estado relegada a



la disposición de tiempo del maestro, tal vez, por el desconocimiento de estrategias efectivas que garanticen ambientes propicios para el aprendizaje (p.31).

En lo referente a la pregunta cuatro sobre la importancia de desarrollar el pensamiento espacial y los sistemas geométricos los docentes encuestados respondieron que éste se relaciona con la percepción del entorno y la comprensión del mundo físico. Este pensamiento se desarrolla para incrementar las habilidades mentales para la resolución de problemas de ubicación y orientación en el espacio, se debe priorizar la contemplación de figuras, símbolos, de hacer cosas; dibujar, construir y explorar el mundo circundante. En el aula la práctica docente se ha limitado a la transmisión de los contenidos geométricos, sin reconocer la importancia que tiene de guiar al alumno en el conocimiento del espacio que percibe y en formas de pensamiento propias de la geometría. Para el MEN (2006)

El pensamiento espacial y los sistemas geométricos es entendido como “el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (p.61).

Dentro de las competencias que se deben desarrollar en el pensamiento espacial y sistema geométricos se busca que el estudiante tenga la capacidad de realizar acciones eficientemente y con facilidad dentro de las prácticas sociales. La pregunta cinco, hace referencia a la utilización de la tecnología en el proceso educativo; los docentes respondieron: si, los jóvenes y niños utilizan tecnología, pero que en cuanto a la inclusión de ésta para ayudarse en su proceso educativo, existen dificultades respecto a enfocarla a la realización de tareas y trabajos escolares; más bien, es una herramienta para socializar y jugar interactivamente. Sobre la sexta pregunta ¿Qué herramientas TIC utiliza para impartir la clase de matemáticas?, los docentes encuestados contestaron que una de las herramientas más utilizadas es el computador y video beam como ayuda para hacer más didáctica la clase de matemáticas. En lo referente a la utilización de páginas de juegos, estas deben ser libres para poder bajarlas al computador puesto que la Institución no cuenta con conectividad de forma continua. La gran mayoría de ellos aclararon, que si bien es cierto que utilizan en ocasiones estas herramientas TIC, no las manejan



muy a menudo para el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos. Los docentes encuestados reconocen la importancia de las matemáticas para la adquisición del conocimiento y que al utilizar las TIC para los procesos de enseñanza y aprendizaje es importante, si se utilizan correctamente; también expresan que son una herramienta favorable para fortalecer los aprendizajes de los educandos; sustenta Lugo (2008).

La introducción de las TIC en las aulas pone en evidencia la necesidad de una nueva definición de roles, especialmente, para los alumnos y docentes. Los primeros, gracias a estas nuevas herramientas, pueden adquirir mayor autonomía y responsabilidad en el proceso de aprendizaje, lo que obliga al docente a salir de su rol clásico como única fuente de conocimiento. Esto genera incertidumbres, tensiones y temores; realidad que obliga a una readecuación creativa de la institución escolar (p.61).

En el tercer momento se utilizó la *observación directa* como un medio por el cual se vio la necesidad de buscar, identificar y seleccionar programas tecnológicos que permitan el desarrollo del pensamiento espacial y sistemas geométricos de un manera más agradable y significativa, este instrumento permitió que el docente jugara un papel en el ambiente de aula. Utilizó sus sentidos y habilidades para comprender diferentes situaciones que se presentaron en los procesos de enseñanza y aprendizaje, posibilitando el análisis, la comprensión y reflexión de la práctica pedagógica y del quehacer de los estudiantes para el desarrollo de competencias.







En la Fase de acción, para la implementación de las acciones y actividades virtuales se diseñaron secuencias didácticas que evidencian el desarrollo de competencias en donde se utilizan los programas GeoGebra y Paper Folding.

Resultados Secuencias Didácticas

Se diseñaron 6 secuencias didácticas para orientar y facilitar el desarrollo práctico y flexible donde se tienen en cuenta los programas Geogebra y PaperFolding, las cuales permiten analizar y evaluar la práctica educativa, “la secuencia didáctica debe inculcar valores, actitudes y habilidades cognitivas para fomentar la representación de la propia experiencia y el conocimiento tanto en la escuela como en las demás vivencias del estudiante” (Ponce, 2007, p. 19).



Grafica 1. Temática de las secuencias didácticas

<i>Secuencia Didáctica</i>	<i>Objetivo</i>	<i>Evidencia</i>
No.1 Construcción e identificación de ángulos	Con esta secuencia se logró representar situaciones reales por medio de conceptos y construcciones geométricas a través de herramientas manuales y virtuales.	
No.2 Plano cartesiano	Con esta secuencia se logró promover el trabajo individual y en equipo, el intercambio de actividades entre compañeros, se estimuló la selección de parejas para realizar dibujos en el plano cartesiano de acuerdo a los intereses de cada uno.	
No.3 Construcción de polígonos	Con esta secuencia y ayuda de GeoGebra construyeron diferentes polígonos, demostrando creatividad, interés, motivación.	
No. 4 Figuras en origami. Utilizando PaperFolding	Con esta secuencia se logró que los estudiantes relacionaran la geometría con la naturaleza identificando figuras geométricas por medio de la utilización de PaperFolding.	
No. 5 Construcción de poliedros	Los estudiantes demostraron sus diferentes habilidades y creatividad para la construcción de poliedros.	
No. 6 Conociendo Geogebra	Con esta secuencia se logró que los estudiantes trabajen la geometría de una manera agradable por medio del programa Geogebra.	



Cuando se cambia la práctica pedagógica, para que esta sea más dinámica utilizando una tarea o una explicación con el uso del computador, el nivel de atención y de interés que muestra el alumnado se incrementa. Otro valor agregado es el trabajo en equipo, normalmente los alumnos conocen bastante bien las nuevas tecnologías, los estudiantes se ayudan entre sí, para resolver los diferentes problemas o dar indicaciones. Con la utilización de las TIC se dio la posibilidad de comprobar ideas, manipular materiales y objetos, construir figuras y generar conocimientos nuevos, es una forma de innovar, acercándose al estudiante; se evidenció un aprendizaje en conjunto, ya que por medio de este se comparten los descubrimientos que se hacen al observar y practicar, se aprende de los estudiantes pues a ellos se les facilita el lenguaje tecnológico. Al desarrollar el pensamiento matemático este se debe entender que no es solo aprender matemáticas, sino pensar matemáticamente; son importantes los procesos que los estudiantes utilizan para resolver problemas de su cotidianidad y como utilizan las matemáticas, “la matemática es encantadora (...) siempre que alguien se tome el trabajo de explicarla en forma interesante. Es como el piano: si uno sólo se queda en tocar escalas, nunca llega a disfrutar de la música (...) Pero sin escalas tampoco llega a tocar una melodía” (Caffarelli, 2012).

Conclusiones

La investigación permitió detectar las dificultades de los estudiantes en el desarrollo del pensamiento espacial tridimensional y el trabajo con los sistemas geométricos relativos a poliedros y polígonos. La exploración del entorno para reconocer las formas de los poliedros en los objetos reales permitió caracterizarlos para su posterior modelación con origami y troquelado (superficie de los sólidos). La exploración de dicho material evidenció que los polígonos como caras de los poliedros cumplían propiedades especiales, especialmente los regulares.

Se rescató el trabajo de la construcción de polígonos regulares con regla y compás, lo cual permitió experimentar posteriormente con las construcciones en los ambientes virtuales. La exploración de los poliedros regulares, tanto en material real, como en material virtual permitió diversificar los sistemas de representación semiótica. Los estudiantes descubrieron distintas formas de hacer la construcción de los polígonos regulares, comparando sus procedimientos y generando discusión sobre los procedimientos.



La facilidad en el manejo de las aplicaciones se resaltó en las prácticas de geometría, llegando a que ellos consideraran trabajar más tiempo en los ambientes de geometría dinámica, que usando el material real. Se cometían algunos errores inicialmente, pero con la herramienta de desplazamiento percibían que los poliedros ya no eran regulares, y mediante la experimentación y modificación de sus construcciones lograron las figuras planteadas.

Con el desarrollo de la investigación se evidencia que el uso de herramientas TIC en la caracterización de la evolución del pensamiento matemático, aumenta el desempeño académico de los estudiantes, por ser estrategias didácticas novedosas que agilizan los procesos de enseñanza, en comparación con la metodología tradicional. La implementación de herramientas virtuales y la creación de ambientes de aprendizaje, desarrolla el pensamiento matemático de los estudiantes, en cuanto a la ubicación espacial, los sistemas de coordenadas, la medición, el descubrimiento de simetrías y semejanzas, y verificando figuras congruentes y semejantes; esto mostró que el uso de éstas permite construir conceptos, haciendo de las clases, espacios más interesantes que dan lugar a un pensamiento más amplio y creativo.

Referencias

- ACOSTA, M & FIALLO, J. (2017). *Enseñando Geometría con tecnología digital*. Universidad distrital Francisco José de Caldas. Nomos Impresores. Bogotá.
- ALSINA, ÁNGEL Y PLANAS, NURIA. (2008). *Matemática inclusiva: propuesta para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- BOGDAN Y TAYLOR. (1990). *Introducción a los métodos cualitativos*. México, Paidós, (p.40).
- CANTORAL, R (2001) *Enseñanza de la matemática en la educación superior*. Sinéctica, Revista Electrónica de Educación [en línea] 2001, (Julio-Enero) : [Fecha de consulta: 28 de septiembre de 2017] Disponible en:<<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99817935002>> ISSN 1665-109X
- CANTORAL, R. & OTROS. (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático*. Editorial Trillas, México, p. 18.
- CATTANEO, L & OTROS. (2013). *Didáctica de la Matemática, enseñar a enseñar matemática*. Homo Sapiens Ediciones. Santafé. Argentina, p. 48.
- CHEVALLARD, Y (1985) *El status epistemológico y el objeto de la ciencia de la educación*. p.166.
- DUVAL, R. & SÁENZ, A (2017). *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Universidad distrital Francisco José de Caldas. Editorial UD. Bogotá.



- FONT, VICENÇ (2006). Algunos puntos de vista sobre las representaciones en didáctica de las matemáticas. Barcelona: Departamento de Didáctica de las CCEE y la Matemática de la Universidad de Barcelona.
- GODINO, J. (2003). *Teoría de las Funciones Semióticas Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, p.22
- JIMÉNEZ, LEGUIZAMÓN & SUÁREZ, P. (2002). *El pensamiento espacial en la formación de docentes*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Grupo de investigación Pirámide en educación matemática, (p.4).
- LUGO, M. (2010). "Las políticas TIC en la educación de América Latina. Tendencias y experiencias. Revista Fuentes, Vol. 10, p. 52-68.
- MASON JONH, BURTON L, STACEY K, (1989). *Pensar matemáticamente*. Editorial labor. Madrid, ISBN:84-335-5139-6, p. 157.
- MOLINA, M. (2006). *Desarrollo de Pensamiento Relacional y Comprensión del signo igual por alumnos de Tercero de Educación Primaria*. Tesis doctoral, Universidad de Granada, p.74.
- RODRÍGUEZ, A & OTROS (2005). *Desarrollo del Pensamiento Matemático. La geometría y los niveles de aprendizaje*, Editorial Trillas. México. p. 155.
- SUÁREZ, P & RAMÍREZ, G (2011). *Exploración de sólidos a partir de sistemas de representación*. Maestría en Educación. UPTC, p.31
- SUÁREZ, P (2011). *Conferencia representación y modelación de objetos de la naturaleza*. Grupo Pirámide, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia. Memorias
- TESSA, J. en una conferencia sobre Ciencia y Tecnología en la Universidad Icesi de Cali, en el evento de Edukatic.
- TOBÓN, S (2010). *Formación basada en competencias. Pensamiento complejo, currículo, didáctica y evaluación*. Bogotá, Ecoe, p.36.

Forma de citar este artículo: Suárez, P., Salamanca, A. C. & Jaime, A (2018). Estrategias Mediadas por TIC para Desarrollar el Pensamiento Espacial y los Sistemas Geométricos. *Voces y Realidades Educativas*, (1) pp. 99 - 114.
